

2.9 Veranschaulichung der Entropie im Zustandsraum (Phasenraum)

Worum geht es?

Wir beginnen dieses Unterkapitel mit der Frage, wie sich die Entropie bei einer quasistatischen und adiabatischen Kompression verhält. Diese Frage klingt fast paradox: Wie soll sich die Entropie schon verhalten, wenn sie, wie wir gelernt haben, bei quasistatischen Prozessen nicht entstehen kann, und in adiabatischen Prozessen auch nicht 'von draußen' importiert oder nach draußen exportiert werden kann? Wenn also in der Formel $\delta q = T ds = T d_{is} + T d_{as}$ beide Summanden Null sind? Andererseits passiert natürlich *doch* etwas, es gibt ja eine Erwärmung, eine Kompressions-Erwärmung, und $\delta q = T ds$ heißt doch Wärme, hatten wir gesagt! - Ein Rätsel?

Was da passiert, kann man tatsächlich ohne die Hilfe des Phasenraumes - des Zustandsraumes - nur schwer verstehen. Obwohl wir den Phasenraum in aller Ausführlichkeit erst in Kapitel 5 aufrollen werden, versuchen wir in diesem letzten Abschnitt von Kapitel 2, das geschilderte 'Rätsel' schon mit den bisherigen Kenntnissen über Phasenräume (bzw. mit wenigen Erweiterungen dieser Kenntnisse) zu lösen. Physikalische Argumentation im Phasenraum nennt man auch systemtheoretische Methoden.

Unsere systemtheoretische Untersuchung des Entropieverhaltens bei quasistatisch-adiabatischer Gaskompression hier ist noch sehr einfach und behelfsmäßig, sollte uns aber dennoch die geheimnisvolle Entropie ein wenig vertrauter machen, und - schon jetzt - auch den abstrakten Phasenraum, den wir in Kapitel 5 maßgeblich verwenden werden, dort aber, wie gesagt, noch einmal 'ganz von vorn' einführen. Die Behelfsmäßigkeit hier beruht hauptsächlich darauf, dass wir die Entropie noch immer mit dem wenig scharfen Ordnungsbegriff verbinden, nach dem Motto "Je größer die Entropie, desto geringer die Ordnung des betrachteten Systems". Das wiederum verbessern wir schon in Kapitel 3, wo wir die Verknüpfung der Entropie mit der 'Ordnung' ersetzen durch eine Verknüpfung mit den genauer definierten Begriffen *Wahrscheinlichkeit* und *Information*.

Wenn Sie, liebe Leserin, lieber Leser, ein gutes Gedächtnis haben, dann erinnern Sie sich an unsere gelegentlichen Bemerkungen, dass 'Wärme' und 'Erwärmung' nicht das Gleiche seien, und sie ahnen, dass die Lösung des Problems 'Kompressionswärme trotz Reversibilität und Adiabasie' darauf hinauslaufen könnte, dass man also besser von 'Kompressions-Erwärmung' statt von 'Kompressionswärme' sprechen sollte. Dass aber diese Lösung mit Hilfe des Phasenraumes - systemtheoretisch eben - besonders zwangsläufig und einsichtig wird, könnte Sie dennoch interessieren und Sie motivieren, auch bei unserer systemtheoretischen Untersuchung zur Prognostizierbarkeit des Klimas in Kapitel 5 mitzumachen.

Dass man einen Unterschied machen muss zwischen 'Wärme' ($\delta q = Tds$), und 'Erwärmung' (zeitlicher T- Anstieg), ist mir während der Lern-Phase in meiner Biographie nicht sehr bewusst geworden. Später, während meiner Lehr-Phase, hatte ich mir eine Veranschaulichung dieser Tatsache überlegt, die auch für Sie, liebe Leserin, lieber Leser, die 'Kniffligkeit' des Themas etwas reduzieren könnte. Auch könnte diese Veranschaulichung Ihr Bewusstsein wachhalten dafür, dass ein Verständnis der Entropie eine fundamentale Voraussetzung dafür ist, das Prinzip der Wärmekraftmaschinen und damit auch des Antriebs von Wetter und Klima verinnerlichen zu können, um später - wenn es zu höheren Komplexitätsgraden kommt als denen bei quasistatisch komprimierten idealen Gasen - ebenso selbstverständlich zu erkennen, wie groß das Ausmaß des Unterschieds ist zwischen *realen* komplexen Abläufen und der *Modellierung* solcher Abläufe.

Den **Zustandsraum** - gleichwertig auch **Phasenraum** genannt - führen wir endgültig erst in Kapitel 5 ein. Wir haben ihn allerdings schon gelegentlich erwähnt, wenn auch unter anderen Aspekten als dem, den wir hier im Auge haben. Wir sagten, (vgl. mit Seite 158), dass der Phasenraum andere - auch unterschiedlich viele - Dimensionen habe als der normale dreidimensionale Ortsraum. Hier besprechen wir nun ein Beispiel: Der Phasenraum der molekularen Zustände eines idealen Gases hat neben den vielen Achsen zur Markierung der Orte der Moleküle ebenso viele Achsen zur Kennzeichnung deren Geschwindigkeiten. Wir fassen diese Moleküle als **Massenpunkte** auf: Der Zustand *eines* Massenpunktes ist nämlich nach der klassischen Physik vollständig bekannt, wenn man seinen Ortsvektor \mathbf{r} und seinen Impulsvektor \mathbf{p} - oder seine Geschwindigkeit $\mathbf{v}=\mathbf{p}/m$ - kennt.

Der Zustandsraum *eines* Massenpunktes hat folglich 6 skalare Dimensionen, nämlich $(v_x, v_y, v_z) = \mathbf{v}$ und $(x, y, z) = \mathbf{r}$, und der Zustandsraum eines aus 10^{23} Gasteilchen bestehenden idealen Gases hat folglich $6 \cdot 10^{23}$ Dimensionen, entsprechend $2 \cdot 10^{23}$ *vektoriellen* Angaben. Diese vielen Angaben benötigt man bei jedem Rechenschritt, wenn man das detaillierte molekulare Verhalten des Gases mithilfe von Differentialgleichungen (\rightarrow Kapitel 3.2) berechnen wollte. Sie stehen auch zur Verfügung, da sie beim *vorigen* Rechenschritt berechnet worden sind. Beim allerersten Rechenschritt allerdings müssen diese Angaben als **Anfangsbedingungen** vorgegeben werden.

Es ist interessant, dass gerade diese Orte und Geschwindigkeiten der Massenpunkte laut Quantenmechanik *gleichzeitig* gar nicht genau gemessen werden *können*! Das besagt die berühmte *Unschärferelation* von Heisenberg, die das Ende der klassischen Physik besiegelte. Allerdings kann man die klassische Physik noch immer 'gebrauchen', und wir verwenden sie ja auch während des gesamten Buches außer-

halb dieses einen Absatzes. Das liegt daran, dass die klassische Physik wieder 'herauskommt', wenn man über die von der Quantenphysik beschriebenen Erscheinungen mittelt. *Dieses* Mittel erhält man allerdings nicht so einfach wie die Zahl 3,5 beim Würfeln, oder so einfach, wie man oft das Klima als Mittelwerte über das Wetter zu erhalten glaubt: Nach der Planck'schen Entdeckung des Wirkungsquantums im Jahre 1899 bis zur Kopenhagener Deutung der Quantentheorie im Jahre 1927 haben alle Grundlagen-Physiker der Welt in vollster Aufregung an dieser 'Mittelung' mitgearbeitet. Das Ergebnis ist aus vielen Gründen noch immer nicht 'perfekt', z.B. wegen Inkompatibilitäten mit den ebenso berühmten Einstein'schen Relativitätstheorien - der speziellen und der allgemeinen - aus den Jahren 1905 und 1915. Dennoch kann die heutige Sichtweise auf das Verhältnis zwischen klassischer Physik und Quantenphysik als weiteres Beispiel dienen für effektive grobkörnigen Theorien, gewonnen aus feinkörnigeren grundlegenderen Theorien. In diesem speziellen Fall nennt man dieses Verhältnis auch **Korrespondenzprinzip**. Lange Zeit galt es allerdings als Tatsache, dass die Spin-Physik der Quantentheorie *keine* klassische Entsprechung hätte. Das hat jedoch P. Névir 1998 in seiner Habilitations-Schrift widerlegt [Név96].

Zurück zum $6 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Phasenraum des idealen Gases aus 10^{23} Molekülen. Ein einziger Punkt in diesem Raum legt den Zustand dieses Gases in allen molekularen Details fest. 'Irgendwie' ist das keine Kunst, man hat ja einfach die unermessliche Informationsmenge über so viele Molekülbewegungen und -Orte übertragen auf unermesslich viele Achsen, auf die diese gesamte Information durch Projektionen von einem einzigen Punkt aus übertragen werden kann.

Man kann die gleiche Information auch dann erhalten, wenn man aus dem *einem* Phasenraum *zwei* 'gleichgroße' Phasenräume macht mit jeweils der halben Dimensionszahl: Wir verwenden einen **Orts-Halbraum**, deren Koordinatenachsen nur die Orte aller Moleküle aufnehmen, und einen **Geschwindigkeits-Halbraum**, der - Sie ahnen es - für die Geschwindigkeiten aller Moleküle zuständig ist (oder die **Impulse**, die sich nur um den konstanten Faktor 'Masse' von den Geschwindigkeiten unterscheiden). Dann ist der Zustand des Gases aus 10^{23} Molekülen nicht mehr durch einen, sondern durch *zwei* Zustandspunkte gegeben, je einer in jedem Halbraum. Bitte beachten Sie, dass die Bezeichnung 'Zustandspunkt' - streng genommen - *hier nicht* berechtigt ist, er beschreibt ja nicht *alle* Freiheitsgrade eines Zustandes, sondern nur diejenigen, für die es im jeweiligen Teilraum Projektions-Achsen gibt. Hier sind es nur die Impuls-Freiheitsgrade, dort sind es nur die Orts-Freiheitsgrade. Aber wenn Verwechslungen nicht zu befürchten sind würde ich gerne Bezeichnungen wie 'Teil-Zustandspunkte' o.ä. vermeiden.

Soeben haben wir den einen $6 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Zustandsraum aufgeteilt in zwei $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionale Halbräume. Natürlich kann man die Aufteilung in Teilräume weiter treiben, auch wenn dann keine *Halb-Räume* mehr entstehen. Man könnte z.B. 10^{23} sechsdimensionale *Teilräume* bilden, so dass jeder von ihnen einen der vielen Massenpunkte beschreibt, in dem seine sechs Freiheitsgrade v_x, v_y, v_z, x, y, z auf die entsprechenden 6 Achsen projiziert werden. Schließlich könnten wir gar mit $2 \cdot 10^{23}$ Zustandspunkten arbeiten, die sich auf ebenso viele 3-dimensionale Phasenräume verteilen, wobei für den Impuls- und den Ortszustand jedes Moleküls jeweils ein eigener Phasenraum zur Verfügung stünde. Machen Sie sich bitte klar, dass dann die Hälfte dieser $2 \cdot 10^{23}$ Phasen-Unterräume ganz 'normale', 'gewöhnliche' dreidimensional **Ortsräume** sind (*auch **Anschauungsräume** genannt*). Wenn sich ein Molekül an einem bestimmten Ort befindet, dann ergeben die Projektionen auf die verbleibenden 3 Achsen eben die ganz normalen x - y - und z -Werte dieses Ortes. Die anderen 10^{23} Phasen-Unterräume sind ebenfalls dreidimensional, nur sind die 3 Achsen nicht mehr mit x, y und z beschriftet, sondern mit v_x, v_y und v_z . So gesehen kann man abstrakte Phasenräume auch als *Verallgemeinerungen des Anschauungsraumes* ansehen.

Um einem möglichen Missverständnis vorzubeugen: Eine Aufteilung des Phasenraumes in Teilräume bedeutet nicht etwa, dass man die Abhängigkeit eines bestimmten Freiheitsgrades von *allen anderen* relevanten Freiheitsgraden reduziert hätte auf eine Abhängigkeit nur von *den* Freiheitsgraden, die Projektionsachsen in dem jeweiligen Teilraum haben. Die Vernetzung in dem Sinne 'Jeder Freiheitsgrad kann prinzipiell von jedem abhängen' kann durch diesen Trick nicht abgeschafft werden.

Wozu sollen dann solche Aufteilungen gut sein, werden Sie nun fragen. Antwort: Weil z.B. das Verhalten des Zustandspunktes im $3 \cdot 10^{23}$ - dimensional **Geschwindigkeits-Halbraum** hervorragend dazu geeignet ist, eine sonst kaum für möglich gehaltene Entropie-Zunahme bei der reversibel-adiabatischen Erwärmung verständlich zu machen! Diese 'Erwärmung' $\delta q = T ds$ (??) findet ja 'unbegreiflicher Weise' statt! (Den Grund für das Anbringen der Fragezeichen erfahren wir ein oder zwei Seiten später). Eine (Kompressions-) Erwärmung - im Sinne einer Erhöhung der Temperatur - erfolgt ja *tatsächlich*, obwohl beide Anteile von

$$(i) \quad ds = d_i s + d_a s$$

bei reversibel-adiabatischen Prozessen verschwinden! Unsere Lösung aus dieser Bredouille, hier erstmal ganz knapp erklärt: Eine Entropie-Zunahme im Geschwindigkeits-Halbraum muss keine Entropie-Zunahme im *vollen* Phasenraum verursachen! Vielleicht finden wir ja im anderen Halbraum, im ebenfalls $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen **Orts-**

Halbraum, eine ebenso große, also kompensierende **Entropie-Abnahme!** Der zweite Hauptsatz verbietet Entropie-Abnahmen (**Entropie-Senken**) nämlich nur im vollen Phasenraum, nicht in dessen Orts- oder Impuls-Teilräumen!

Mit anderen Worten, wir stellen der Aufspaltung (i), $ds = d_{iS} + d_{aS}$ der Entropie-Änderung in erzeugte und ausgetauschte Entropie eine weitere Aufspaltung zur Seite, nämlich eine Aufspaltung nach **Entropie-Änderungen im Impuls- und im Orts-Halbraum:**

$$(ii) \quad ds = d_{impS} + d_{ortS}$$

Reversibilität und Adiabasie zwingen ja nur die Summanden in (i) auf Null, nicht aber die Summanden in (ii). Und wenn wir **Wärme** als Entropie-Zunahme im gesamten Phasenraum, **Erwärmung aber als Entropie-Zunahme nur im Geschwindigkeits-Halbraum** ansehen - schließlich sprechen wir ja von einer **Wärme-Bewegung** der Moleküle - dann haben wir das Puzzle gelöst. Und genau so ist es, wie wir nun im Detail erläutern wollen. Danach können wir rufen 'Heureka! Wir haben es gefunden!' Zwar nicht das Auftriebsgesetz, nach dessen Entdeckung Archimedes durch die Straßen gelaufen und 'Heureka' gerufen haben soll, aber immerhin den Grund für die Realisierung des zweiten Hauptsatzes mit seinem Gebot der Entropie-Konstanz trotz Kompressions-Erwärmung, die auch quasistatisch (also ohne Entropie-Quellen) und innerhalb adiabatischer Wände (also auch ohne Entropie-Zufluss) stattfinden kann.

Also an die Arbeit! In unserem Beispiel der erwärmenden reversiblen adiabatischen Kompression - aber auch bei einer abkühlenden reversibel-adiabatischen Expansion, die $ds < 0$ suggeriert! - verlangt der zweite Hauptsatz dennoch $ds = 0$. Also verschwinden die linken Seiten *sowohl* von (i) *als auch* von (ii). Selbstverständlich sind auch die beiden rechten Seiten dieser Gleichungen bei reversibel-adiabatischen Prozessen 'Null' - sonst *wären* es ja keine Gleichungen. Der Unterschied ist, dass in (i) sogar *beide* Summanden dann Null sind, in (ii) jedoch *nicht*. Allerdings müssen sich diese beiden Summanden zu $ds = 0$ *kompensieren*, es muss dann also gelten

$$d_{impS} = -d_{ortS}!$$

Unsere zu beweisende, mindestens zu veranschaulichende Vermutung ist also, dass bei der Kompression die Erwärmung durch den Term $Td_{impS} > 0$ von $Td_{ortS} < 0$ ausgeglichen wird. (Bei der reversibel-adiabatischen Expansions-Kälte - der man leider *fast stets* den unvollständigen, also *missverständlichen* Begriff **adiabatische Abkühlung** zuordnet - gelten die entsprechenden Ungleichungen, nur mit entgegengesetzten Vorzeichen).

Betrachten wir hierzu erneut das Lagrange'sche Luftpäckchen. Es möge ziemlich kalt sein, sagen wir, die thermischen, ungeordneten Zufallsbewegungen der Moleküle

sollen nicht größer als 0,5 m/sec werden (was wirklich 'sehr kalt' bedeutet). Ferner möge sich das Luftpäckchen zusammen mit all seinen Nachbar-Päckchen im Rahmen eines allgemeinen Westwindes mit der Geschwindigkeit $v_x = 3$ m/sec genau nach Osten bewegen. Alle 10^{23} Moleküle des Luftpäckchens haben also die gleiche geordnete Geschwindigkeit, und sie unterscheiden sich nur gering wegen ihren individuell unterschiedlichen - aber betragsmäßig auf 0,5 m/sec begrenzten - thermischen Zufallsbewegungen.

Wie bewegt sich nun der Phasenpunkt - genauer der 'Teil-Phasenpunkt' - im Geschwindigkeits-Halbraum des Phasenraumes? Da die Evolution unser Gehirn *nicht* darauf getrimmt hat, in abstrakten hochdimensionalen Räumen zu denken, sondern darauf, im anschaulichen dreidimensionalen Raum die Gefahr eines dort anwesenden hungrigen Löwen schnell zu erkennen, kann diese Frage *kein* Menschen unmittelbar und anschaulich-plausibel beantworten. Aber wir lassen jetzt nicht locker, denn wir wollen uns in diesem letzten Unterkapitel des allgemeinen Rundganges einem Verständnis der geheimnisvollen Entropie weiter annähern, und wir wollen uns auch noch weiter an den abstrakten Zustandsraum gewöhnen, den wir ja in Kapitel 5 ganz entscheidend benötigen werden.

Aber nicht nur das: Auch unsere Darstellungen in Kapitel 4, in dem wir uns 'noch' im ganz normalen Anschauungsraum befinden werden, wird der Phasenraum benötigt, wenn auch nur 'indirekt': Wie will man z.B. eine *Erd-Erwärmung* prognostizieren, wenn man noch nicht einmal genau auseinander halten kann, was 'Wärme' und was 'Erwärmung' ist? 'Wärme' hatten wir - in spezifischer Form - als $\delta q = T ds$ definiert. Aber oben hatte ich die 'unbegreifliche Erwärmung' ebenfalls mit der Formel $\delta q = T ds$ versehen. Falls Ihnen das nicht aufgefallen ist, sind Sie, liebe Leserin, lieber Leser, meine Kronzeugen dafür, dass hier tatsächlich eine Verwechslungsmöglichkeit besteht, die ich dort mit den Fragezeichen (??) kenntlich gemacht habe. Oder noch penibler: So falsch war die Gleichung 'Erwärmung = $\delta q = T ds$ ' nun auch wieder nicht, denn unter 'Erwärmung' kann man ja statt einer Temperatur-Erhöhung auch eine mit T multiplizierte Entropie-Erhöhung verstehen, also eine Energie-Erhöhung nicht durch Arbeit δa , sondern eben durch Wärme δq . Der 'Witz' dabei - die Verwechslungsmöglichkeit - ist nämlich, dass eine Anwendung von 'Wärme = $T ds$ ' nicht immer zur Temperatur-Erhöhung führt!

In Kap. 3 werden wir erfahren, dass man mit einer solchen Gleichung wie $\delta q = T ds$ keine Prognosen machen kann. Das funktioniert nur mithilfe von **Differentialgleichungen**, die daher auch prognostische Gleichungen heißen, und alle Differentialgleichungen für die Freiheitsgrade der Atmosphäre werden im

Anschauungsraum formuliert. Nun *ist* zwar die Entropie-Änderung ds ein **Differential**, die Wärme δq jedoch nicht. Die Wärme kann aber zu einem Differential 'gemacht' werden, wenn man sie durch die Temperatur T dividiert: $ds = \delta q/T$. Man kann durchaus sagen "die Entropie ist die zu einem Differential gemachte Wärme". In der Fachsprache ausgedrückt, ist die Temperatur der **integrierende Nenner** der Wärme. Somit liegt es nahe, zur Berechnung der Erd-Erwärmung eine Differentialgleichung für das zeitlich Verhalten der Entropie zu verwenden. Das könnte allerdings ganz schön 'daneben' gehen, wenn man vergisst, dass

Wärme und Erwärmung (ab sofort immer im Sinne von Temperatur-Erhöhung verstanden) nicht das Gleiche sind!

Erklärungen darüber, worin dieser Unterschied besteht, sind *ohne* Hilfe des Phasenraumes vielleicht gar nicht möglich. Aber *mit* dem - nach Impuls- und Orts-Halbraum aufgespaltenen - Phasenraum können wir diesen Unterschied durch zwei ganz einfache Gleichungen definieren:

$$\text{Wärme} = \delta q = Tds$$

$$\text{Erwärmung} = \delta_{\text{imp}}q = Td_{\text{imp}}s$$

Die hier vorgenommene Definition werden Sie, liebe Leserin, lieber Leser, vermutlich nirgends finden. Trotz der so naheliegenden Möglichkeit für Verwechslungen der 'Wärme' mit der 'Erwärmung' - die man auch 'umgangssprachliche Wärme' nennen könnte - habe ich entsprechende Definitionen nie gesehen. Wenn Sie dennoch etwas Derartiges in der Literatur oder in einem Internet-Artikel finden, bitte ich dringlich um Benachrichtigung unter met_lange@yahoo.de. Dadurch geben Sie mit Gelegenheit, eine entsprechende Referenz einzubauen und mich so vor Plagiats-Vorwürfen zu schützen. Danke! (Natürlich können Sie auch sonstige Bemerkungen oder Fragen an mich richten. Wenn ich deutlich weniger als 10^{23} erhalte, werde ich - unter Umständen zeitverzögert - auch antworten).

Nun aber zur detaillierteren Plausibilisierung dieser Formeln. Bevor wir ihren Zusammenhang mit der Bewegung des Zustandspunktes im Phasenraum angeben, sollten wir erst einmal rein mechanisch verstehen - also ohne Verwendung thermodynamischer Entropie-Argumente - wieso es bei Gas-Kompressionen *überhaupt* zur Vergrößerung der Geschwindigkeiten der ungeordneten thermischen Molekularbewegungen kommt, die ja den Hintergrund der die Temperatur-Erhöhung bilden.

Wenn ein Molekül auf eine feste Wand trifft, prallt es mit dem gleichen Geschwindigkeits-Betrag zurück - wenn die Reflexion *elastisch* ist, wovon wir ausgehen. Wenn es aber gegen eine Wand prallt, die nicht fest ist, sondern sich z.B. gerade in einer

Rückwärtsbewegung befindet - wie der Kolben einer Luftpumpe während einer Gas-*Expansion* - dann verringert sich der Geschwindigkeits-Betrag des reflektierten Teilchens. Somit verringern sich die Geschwindigkeiten der reflektierten thermischen molekularen Bewegungen, und es wird kälter, obwohl gar keine Entropie exportiert wurde! Das haben wir in Kapitel 2.7 unter dem Stichwort Expansions-Kälte besprochen (→ Seite 142). Wenn aber die Kolbenbewegung aufgrund einer *Kompression* langsam auf das Teilchen zukommt, (unser gegenwärtiges Thema), dann erhöht sich der Geschwindigkeits-Betrag des reflektierten Teilchens! Und da diese Geschwindigkeits-Erhöhungen bei Reflexionen ebenso unregelmäßig geschehen wie die Bewegungen der Moleküle selbst, erhöht sich auch die thermische Zufallsbewegung insgesamt. Das ist also unsere Kompressions-Wärme, oder besser unsere **Kompressions-Erwärmung**, hergeleitet allein aus den mechanischen Reflexionsgesetzen, aus der Art und Weise, wie sich die Moleküle im Anschauungsraum bewegen.

Nun ist es nicht mehr schwierig, den Bezug zum Ordnungsbegriff zu finden, der ja mit der Entropie zusammenhängt. Eigentlich haben wir es schon getan, als wir bei der Beschreibung der Reflexion an 'entgegenkommenden' Wänden gesagt haben, dass dabei die Geschwindigkeiten der *ungeordneten* thermischen Molekular-Bewegungen verstärkt werden. Dabei *muss* sich ja der Ordnungsgrad der Geschwindigkeits-Zustände erniedrigen, die Entropie also erhöhen, obwohl gar keine Entropie importiert wurde, und obwohl auch kein Gebrauch von Entropie-Erzeugungen gemacht wurde, wie es z.B. bei der Reibungswärme der Fall wäre.

Was haben wir nun gewonnen? Immerhin wissen wir nun, dass rein mechanisches Denken, letztendlich die Anwendung der Stoßgesetze der Moleküle, eine Erklärung liefert für die beobachtete Erwärmung, die eine Gas-Kompression mit sich bringt. Warum sind wir damit nicht zufrieden? Warum sollen wir uns die Erklärung dieser Erwärmung erschweren und meinen, sie auch noch unter thermodynamischen Gesichtspunkten verstehen zu müssen?

Natürlich weil wir nicht auf der molekularen Ebene stehenbleiben dürfen, weil wir aus der feinkörnigen Theorie mit über 10^{23} Freiheitsgraden eine effektive grobkörnige Theorie machen wollen, die mit sehr viel weniger Freiheitsgraden auskommt, zu denen nun einmal Begriffe wie Temperatur und Entropie gehören: Wie schon oft betont, insbesondere in Kapitel 2.7, sind die Freiheitsgrade der Thermodynamik nicht einfach Mittelwerte der molekularen Mechanik. Ebenso sind ja auch die Freiheitsgrade des Wetters nicht einfach Mittelwerte der thermodynamischen Freiheitsgrade, sonst hätte 1922 die erste mathematische Wettervorhersage von L.F. Richardson

[Ri22] richtiger gelegen. Aber - ich wiederhole es ganz bewusst ein weiteres Mal - heute glaubt man, Klima als Mittelwert über Wetter definieren zu dürfen.

Es ist also der erste Schritt auf der Körnungsleiter, der uns zwingt, die reversibel-adiabatische Kompressionswärme nicht nur molekular-mechanisch zu verstehen - nicht bei den molekularen Orten und Impulsen stehenzubleiben - sondern auch thermodynamisch. Das haben wir betrieben mithilfe des Begriffs 'Unordnung' als Brücke zwischen dem mechanisch betrachteten molekularen Verhalten und der thermodynamischen Entropie. Und dabei kamen wir, vordergründig betrachtet, zu einem 'Widerspruch'. Leider wird sich das in Kapitel 3 bei der Ersetzung der 'Ordnung' durch die präziseren Begriffe 'Wahrscheinlichkeit' oder 'Information' nicht ändern.

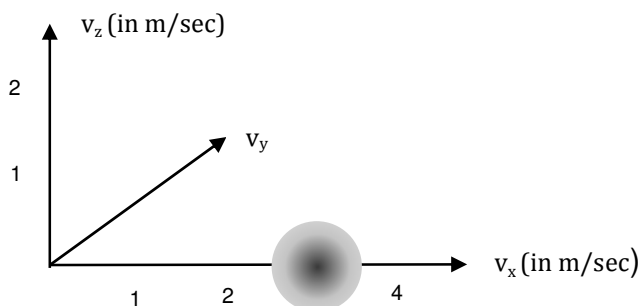
Wir müssen also den 'Widerspruch' einer faktischen Zunahme - einerseits der molekularen Unordnung, also auch der thermischen Energie und damit der Entropie, und andererseits dem thermodynamischen Verbot einer Entropie-Änderung in reversibel-adiabatischen Prozessen - schon hier auflösen. Die bereits angedachte Auflösung fußte auf einer Unterscheidung zwischen 'Wärme' und 'Erwärmung' als Synonym für Temperatur-Erhöhung durch Zunahme der ungeordneten molekularen Impulse. Letzteres findet bei der reversibel-adiabatischen Kompression statt, wie wir soeben mechanisch veranschaulicht haben. Aber 'Wärme', $\delta q = Tds$, ist offenbar ein *umfassender* Begriff, der *neben* der Impuls-Unordnung noch eine andere Unordnung enthält. Denken wir an den $6 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Phasenraum des idealen Gases, dann wissen wir sofort, welche 'andere Unordnung' hier gemeint ist. Es ist eine 'Orts-Unordnung', die sich mit der hier besprochenen 'Impuls-Unordnung' zu einer 'Gesamt-Unordnung' addiert, nach der oben bereits zitierten $ds = d_{\text{imp}}s + d_{\text{ort}}s$

Nun sehen wir deutlich, dass unsere Betrachtung der Impulsänderungen bei den Molekülkollisionen an einer komprimierenden Wand mit dem Ergebnis $d_{\text{imp}}s > 0$ nur die halbe Wahrheit enthielt. Die andere Hälfte wäre unser eine Gleichung $d_{\text{ort}}s < 0$, die es ermöglichte, das Gebot $ds = 0$ des zweiten Hauptsatzes für reversibel-adiabatische Zustands-Änderungen einzuhalten. Tatsächlich *wird* ja der Raum für die möglichen Aufenthalts-Orte der Moleküle bei der Kompression kleiner, aber folgt daraus auch $d_{\text{ort}}s < 0$?

Unsere - inzwischen vielleicht schon vergessene - Frage lautete ja, wie sich der Phasenpunkt im Geschwindigkeits-Halbraum des Phasenraumes bewegt. Aber nun ergibt sich die gleiche Frage auch an den Orts-Halbraum, und wir stellen die Zusatzfrage, ob bzw. wie sich solche Bewegungen des Phasenpunktes 'abbilden' auf Aussagen über die Entropie.

Zuerst nehmen wir uns den 'Teil-Zustandspunkt' im Impuls- (auch Geschwindigkeits-) Halbraum vor, denn dafür sind wir durch unsere statistisch-mechanische Veranschaulichung der Kompression am besten vorbereitet. Noch einmal: die Dimension dieses Halbraumes ist $3 \cdot 10^{23}$, er hat $3 \cdot 10^{23}$ Koordinatenachsen, und zwar für *jedes* der 10^{23} Moleküle jeweils eine v_x -, eine v_y - und eine v_z -Achse. Die vorgegebene Bewegung aller Moleküle unseres speziellen Lagrange'schen Luftpäckchens von Seite 202 mit der geordneten Geschwindigkeit $v_x = 3$ m/sec bedeutet natürlich nicht, dass sich auch der Phasenpunkt im Geschwindigkeits-Halbraum bewegen müsste! Im Gegenteil: Alle Projektionen des Zustandspunktes auf die 10^{23} v_x -Achsen müssen an der gleichen Stelle 3 'landen'. Was die v_x -Richtungen der Bewegungen der 10^{23} Moleküle betrifft, so steht der Zustandspunkt also still! In den beiden anderen Geschwindigkeitsrichtungen aber auch, nur mit dem Unterschied, dass die Projektionen hier nicht im Punkt 3, sondern immer im Punkt 0 landen.

In der folgenden Skizze habe ich versucht, das graphisch zu veranschaulichen. Nehmen wir einmal an, dass jede der drei hier gezeichneten Achsen 'stellvertretend' für die Geschwindigkeits-Komponenten aller 10^{23} Moleküle steht. Ich weiß, dass das eine Zumutung ist, aber ich komme später mit dem Versuch der Versöhnung noch einmal darauf zurück. So jedenfalls ist der *Mittelpunkt* der hier angedeuteten Kugel, der Ort mit den Komponenten $v_x = 3$, $v_y = v_z = 0$ der gesuchte Ort des unbewegten Phasenpunktes:



Die Kugel selbst soll berücksichtigen, dass den geordneten Bewegungen der 10^{23} Moleküle noch Wärmebewegungen bis höchstens 0,5 m/sec überlagert sind, mit ständig wechselnden zufälligen Komponenten in allen drei Richtungen. Also wird der Phasenpunkt im Laufe der Zeit ständig umherirren, aber wegen der Beschränkung der zufälligen, ungeordneten Geschwindigkeiten innerhalb dieser Kugel verbleiben - deren Radius ja gerade die Größe 0,5 m/sec hat. Wäre die Wärmebewegung der Moleküle heftiger, sagen wir mit Geschwindigkeitsbeträgen bis zu 1 m/sec, dann bekäme die Kugel in unserer Skizze den doppelten Radius!

Wir lernen daraus: *Der Grad der Impuls-Unordnung bildet sich ab in der Größe des vom Zustandspunkt eingenommenen Teilvolumens des Phasenraumes!* Und da wir - vorläufig - den Grad der Unordnung mit dem Entropie-Gehalt des Luftpäckchens verbinden, gilt das auch für die Entropie. Keine Sorge, dass sich das noch ändern würde, wenn wir später nicht mehr mit Ordnung und Unordnung arbeiten werden, sondern mit *Wahrscheinlichkeit* und *Information*. Diese Begriffe werden nicht nur die Entropie präzisieren sondern auch den Begriff Ordnung. Wir können also schon jetzt folgendermaßen zusammenfassen:

Die Ordnung der molekularen Geschwindigkeiten, und die damit verbundene geringe Entropie, die hier zur Translationsbewegung eines gesamten kalten Luftpäckchens führte, bildet sich im Impuls-Halbraum des Phasenraumes ab in einem besonders kleinen Teilbereich, den der Zustandspunkt im Zeitverlauf als Aufenthaltsort nicht verlässt. Je größer die Entropie infolge immer heftigerer thermischer Molekularbewegungen ist, desto größer ist das vom Zustandspunkt aufgesuchte Teilvolumen (in der obigen Skizze die Kugel).

Bevor wir den Orts-Halbraum des Phasenraumes in Angriff nehmen, komme ich noch einmal auf die 'Zumutung' zu sprechen, dass jede Achse der obigen Skizze *'stellvertretend'* für die entsprechenden Geschwindigkeits-Komponenten aller 10^{23} Moleküle stehen soll. Wir haben schon den kompletten $6 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Phasenraum in zwei Phasenräume zerlegt. Nun aber zerlegen wir den $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Geschwindigkeits-Halbraum (oder Impuls-Halbraum) noch einmal, und zwar so wie schon auf Seite 201 beschrieben, in genau 10^{23} Räume mit je 3 Dimensionen, den Geschwindigkeiten (Impulsen) jedes *einzelnen* der 10^{23} Moleküle. Ein Zustandspunkt in einem solchen 3-dimensionalen Raum kennzeichnet natürlich nur noch die drei Komponenten der Geschwindigkeit eines einzigen Moleküls (wie 'eigentlich' in der obigen Skizze), aber all diese 10^{23} Punkte zusammengenommen enthalten die gleiche Information wie der *eine* Punkt im *hochdimensionalen* Impuls-Halbraum.

Nun ist das Geschwindigkeits-Verhalten aller Moleküle sehr ähnlich: Alle reisen mit der gleichen Geschwindigkeit 3 m/sec nach Osten, und sie unterscheiden sich nur dadurch voneinander, dass der geordneten Bewegung noch eine Zufallsbewegung überlagert ist, die bei jedem Molekül anders ist. Der abstrakte $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionale Geschwindigkeits-Halbraum entsteht nun 'einfach' dadurch, dass man bei jedem der vielen neu hinzukommenden Moleküle die drei weiteren Achsen nicht mehr in einem jeweils *neuen* Koordinatensystem zeichnet, sondern diese 'neuen' drei Achsen im Geschwindigkeits-Raum des ersten Moleküls einfach 'dazu' zeichnet. "Das geht nicht", werden Sie sagen, "denn im Raum können höchstens drei Richtungen senkrecht aufeinander stehen". Falls Sie mathematisch vorgebildet sind, werden sie

sagen, "mehr als drei Achsenprojektionen im Raum können nicht linear unabhängig voneinander sein". "Ja", wäre die Antwort hierauf, "aber wenn ein Raum mehr als drei Dimensionen hat, dann können in ihm auch mehr als drei Achsen senkrecht aufeinander stehen. Das ist zwar unanschaulich, aber mathematisch ist das völlig in Ordnung, kann man weiterhin eindeutig und widerspruchsfrei arbeiten". Außerdem haben wir noch einen Trumpf im Ärmel: So lange wie sich all diese Moleküle in ihrem physikalischen Verhalten nicht groß unterscheiden, können wir sogar die obige Skizze weiter verwenden, wenn wir uns nur bewusst sind, dass jede der 3 Achsen symbolisch für 10^{23} gleichartige Achsen steht, oder, wie wir oben gesagt haben, 'stellvertretend' ist.

In Kapitel 5 werden wir die Idee der hochdimensionalen Phasenräume benötigen, sie aber in anderen Zusammenhängen noch einmal erläutern. Im Kontext der *gerade erörterten* Zusammenhänge ist es vielleicht schon hier angebracht, eine kleine Vorschau zu geben. Die Zustände, die wir in Kapitel 5 erörtern werden, sind nicht mehr die Orts- und Impulszustände von Molekülen eines Luftpäckchens, sondern die durch mehrfache Mittelungen über diese Moleküle entstandenen meteorologischen Feld-Freiheitsgrade der Atmosphäre. Die Zahl der Freiheitsgrade *dieses* Phasenraumes ist zwar kleiner, aber nicht gerade *berauschend viel* kleiner. Ihre Größe hängt von der Größe der ausgewählten Luftpäckchen ab - und davon wiederum hängt der Gitterabstand zur Berechnung solcher Felder ab.

Wir haben solche Zahlen bereits in unserer Luftpäckchen-Größentabelle von Seite 62 berechnet. Die Tabelle weist in der dritten Zeile aus, dass die Atmosphäre noch immer 10^{21} Luftpäckchen enthält, obwohl jedes von ihnen durch Mittelungen die Physik von 10^{23} Molekülen gebündelt hat. Das ist sehr weit oberhalb des Leistungsvermögens heutiger und auch künftiger Computer. Heute ist höchstens die unterste Zeile dieser Tabelle erreichbar, d.h. selbst bei einer horizontalen Gitterweite von 100 km sind noch eine halbe Million Mal alle Freiheitsgrade wie Druck, Temperatur usw. von Zeitschritt zu Zeitschritt zu berechnen. (PS: Während der Niederschrift dieses Manuskriptes wurde beim Deutschen Wetterdienst ein neuer Hochleistungsrechner installiert. Dass dieser die Situation kaum verbessert, habe ich in einem Postskript auf Seite 87 begründet. Hier sei noch ergänzt, dass die Rechenleistung nicht um den Faktor 7, sondern um den Faktor 100 hätte vergrößert werden müssen, um auch nur die *vorletzte* Zeile der Tabelle von Seite 62 zu erreichen. Und auch dann hätte das horizontale Rechengitter noch immer Abstände von 10×10 km). Vieles von dem, was unterhalb der gerade noch 'auflösbaren' Skala los ist, was aber eben *nicht* mit prognostischen Gleichungen modelliert werden kann, werden wir in Kapitel 4 kennenlernen.

Der Unterschied des atmosphärischen Phasenraumes zum feinkörnigen Phasenraum der Molekularzustände eines Luftpäckchens liegt weniger in der geringeren Dimensionszahl, als darin, dass er schwieriger in Teil-Phasenräume für 'Systemteile' zu zerlegen ist, wie ich das für die molekulare Feinkörnigkeit demonstriert habe. Oder in umgekehrter Richtung: Man kann den umfassenden Phasenraum nicht mehr dadurch aus einem Phasenraum eines niedrig-dimensionalen Untersystems aufbauen, dass man immer wieder die gleichen Dimensionsachsen hinzufügt. Der physikalische Hintergrund dessen ist der, dass die Untersysteme - wenn sie überhaupt sinnvoll definiert werden können - nun 'selbstorganisatorisch' reagieren können, miteinander auf unterschiedlichste Weise vernetzt sind, und nicht mehr unabhängig voneinander rein zufällig (stochastisch) reagieren, wie die Moleküle des Gases in einem entsprechenden Luftpäckchen tun.

Nichtsdestoweniger kann man noch immer den Zustand des Gesamtsystems - nun der Atmosphäre - durch einen einzigen Zustandspunkt im Phasenraum eindeutig kennzeichnen. Nur kann man letzteren nicht mehr durch Vervielfachung von Phasenräumen mit jeweils drei Vektorkomponenten aufbauen, oder ihn umgekehrt in solche anschauliche dreidimensionale Räume zerlegen. Aber zur Veranschaulichung *prinzipieller* Vorgänge im Phasenraum kann man - sozusagen aus didaktischen Gründen - auch hier einen niedrigdimensionalen Phasenraum wählen, dessen Achsen dann wieder 'stellvertretend' für viele andere Freiheitsgrade sein sollen.

Da in den atmosphärischen Freiheitsgraden die jeweils drei Komponenten von Ort und Impuls sowieso nicht mehr die ausschlaggebende Rolle spielen, kann man sogar *zweidimensionale* Unterräume in ihrem prinzipiell nicht-stochastischem Verhalten studieren. Damit sind wir bei Überlegungen angekommen, die wir bereits in Kapitel 2.7 bei der Besprechung der $p\nu$ -Zustands-Ebene idealer Gase angestellt haben. Diese Ebene ist nichts anderes als ein zweidimensionaler Phasenraum! Der - allerdings riesige - Unterschied besteht darin, dass die Bewegungen des Zustandspunktes des idealen Gases eindeutig vorhersagbar ist, wie wir in Kapitel 2.7 erfahren haben, was aber in einer Zustands-Ebene als Stellvertreter des vollen atmosphärischen Phasenraumes ganz und gar nicht der Fall sein *kann*, wie wir in Kapitel 5 glasklar erkennen können.

Kommen wir nun endlich zur Besprechung des Orts-Halbraumes des Phasenraumes des Gases aus $6 \cdot 10^{23}$ Molekülen. Die schon gewonnenen Erkenntnisse über den Impuls-Halbraum können wir zusammenfassen in dem Satz: 'Je größer die Entropie infolge immer heftigerer thermischer Molekularbewegungen ist, desto größer ist im Zeitverlauf das vom Zustandspunkt aufgesuchte Teilvolumen'. Ferner hatten wir mithilfe der mechanischen Stoßgesetze veranschaulicht, dass bei einer Kompression

genau eine solche Vergrößerung stattfindet, und korrespondierend dazu auch eine Vergrößerung der Entropie. Und das, obwohl bei der reversibel-adiabatischen Realisierung dieser Kompression die Entropie *nicht* zunehmen darf.

'Rettung' hatten wir uns vom Orts-Halbraum versprochen, der ja bei der Beurteilung der *gesamten* Entropie auch ein Wörtchen mitzureden hat. Dieser hat natürlich ebenfalls $3 \cdot 10^{23}$ Dimensionen, und die entsprechenden Projektions-Achsen verschlüsseln die Ortskoordinaten, also die *Aufenthaltssorte* aller 10^{23} Moleküle im Zeitverlauf. Auch hier enthält dieser ein Phasenpunkt im $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionalen Raum die gleiche Information wie alle Phasenpunkte in 10^{23} dreidimensionalen Orts-Teilräumen. Und jeder dieser Teilräume unterscheidet sich in Nichts vom ganz normalen Anschauungs-Raum: Wenn sich gerade eines der vielen Moleküle 'dort und dort' befindet, dann ist auch der Phasenpunkt im ihm zugeordneten Teilraum des Phasenraumes 'dort und dort', sprich im wörtlichen Sinne an der gleichen Stelle.

Zur Beschreibung der 'Entstehung' des abstrakten $3 \cdot 10^{23}$ -dimensionale Orts-Halbraumes des gesamten Phasenraumes aus den 10^{23} Teilräumen für jedes Molekül kann man fast den Wortlaut von Seite 208 übernehmen: Er entsteht 'einfach' dadurch, dass man bei jedem hinzukommenden Molekül die drei weiteren Raumpositions-Achsen nicht mehr in jeweils *neuen* Koordinatensystemen zeichnet, sondern sie im Orts-Raum des ersten Moleküls einfach 'dazu' zeichnet. So addieren sich die ganz normalen Orte von Molekül zu Molekül, und am Ende haben wir ein Bild des räumlichen Aufenthaltes des gesamten Luftpäckchens. Oder anders ausgedrückt, der vom Zustandspunkt im gesamten Orts-Phasenraum aufgesuchte Teilbereich entspricht dem tatsächlichen Volumen des ganzen Luftpäckchens!

Und was passiert bei der Kompression? Selbstredend wird der vom Zustandspunkt aufgesuchte Teilbereich des gesamten Orts-Halbraumes kleiner. Und wie im Impuls-Halbraum bedeuten kleinere aufgesuchte Volumina auch hier eine höhere Ordnung und damit eine geringere Entropie. Und hierin liegt nun tatsächlich die oben vermutete 'Rettung' des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik bei quasistatisch-adiabatischer Kompression: Seine Bestätigung erfolgt einfach dadurch, dass sich - ausgehend vom Zustandspunkt beim Start der Kompression - während der Kompression zunehmend kleinere Projektionen auf die Orts-Komponenten des *einen, vollständigen* Zustandsraumes ergeben, aber eben zunehmend größere Projektionen auf seine Impuls-Komponenten. Oder noch einfacher gesagt: Der vom Zustandspunkt beanspruchte Aufenthaltsraum im *gesamten* Zustandsraum verändert *nicht* seine Größe - unser Maß für die Unordnung und Entropie - sondern es wandert nur ein Teil dieses Aufenthalts-Raumes vom Orts-Halbraum in den Impuls-Halbraum!

Vielleicht empfinden Sie die Aussage, dass auch im Orts-Halbraum die Größe des Aufenthaltsvolumens des Zustandspunktes mit niedriger Ordnung und hoher Entropie einhergeht, noch als etwas willkürlich. Zur weiteren Veranschaulichung und zur allgemeinen Vertiefung betrachten wir einmal die Orte und die Geschwindigkeiten von 20 Schülerinnen und Schülern einer Schulklasse in drei unterschiedlichen Situationen:

- 1) Sie sitzen während des Unterrichtes geordnet auf ihren Schulbänken oder Stühlen
- 2) Die Schülerinnen und Schüler marschieren wie Soldaten in Reihe und Glied
- 3) In der Pause befinden sie sich auf dem Schulhof oder in den Fluren der Schule

Nun 'modellieren' wir das System 'Schulklasse', indem wir ihre Schülerinnen und Schüler zu Massenpunkten vereinfachen und die obigen drei Zustände dieses Systems durch das Verhalten *eines* Punktes im 6·20 - dimensionalen Phasenraum darstellen, bzw. durch zwei Punkte, je einem für die 3·20 Orts-Komponenten und für die 3·20 Impuls-Komponenten in den beiden entsprechenden Halbräumen:

Zustand 1) im Geschwindigkeits-Halbraum:

Alle 3·20 = 60 Projektionen des Zustandspunktes enden im Ursprung des Koordinatensystems, d.h. je 20 Mal bei $v_x=0$, $v_y=0$, $v_z=0$. Das vom Zustandspunkt aufgesuchte Teilvolumen ist also sehr klein. Es wäre sogar 'punktförmig' klein, wenn die Schüler nicht gelegentlich auf der Schulbank 'hin und her rutschen' würden. Diese sehr hohe Geschwindigkeits-Ordnung entspricht einer niedrigen Entropie in diesem Halbraum.

Zustand 1) im Orts-Halbraum:

Die Verortung jedes Schülers innerhalb des Klassenzimmers geschieht durch Projektionen des einen Zustandspunktes auf je eine der 20 x-, y- und z-Achsen. Z.B. messen die 20 Projektionen auf je eine x-Achse die unterschiedlichen Abstände der Schüler von der linken Wand eines rechteckigen Grundrisses des Klassenzimmers, und die y-Achsen vermitteln diese Abstände von der Rückwand. Die 20 Projektionen auf die 20 vertikalen z-Achsen enden alle bei $z=0$, außer wenn Schüler nach oben springen, was dem Lehrpersonal kaum gefallen würde.

Die Schülerinnen und Schüler, als Massenpunkte modelliert, befinden sich also in einer Ebene in der Höhe $z=0$ innerhalb des Volumens des Klassenzimmers. Und nun stelle ich ganz bewusst eine Frage, über die ich bei der Ausarbeitung dieses Beispiels auch selbst nachdenken musste: Bedeutet das, dass auch der 'Zustandspunkt' im Orts-Halbraum des Phasenraumes ein flächenartiges Aufenthaltsvolumen in Anspruch nimmt? OK, also bitte 1 Minute überlegen, dann erst weiterlesen. Die Antwort lautet nein, der Phasenpunkt beansprucht auch in diesem Halbraum nur einen punktförmigen Aufenthaltsort, um die ganze Situation zu beschreiben. Es *wäre* ein flä-

chenartiger Bereich, wenn die Schüler ständig Plätze tauschen würden, denn dann müssten sich ja die Projektionen auf die die x- und y- Achsen ständig ändern, und das ginge wirklich nur, wenn der Zustandspunkt in der *Fläche* $z=0$ wandern darf. So aber bewegt er sich *nicht*, die 'Flächenartigkeit' der - zeitlich konstanten - geometrischen Anordnung der Massenpunkte im Anschauungsraum kommt ja schon dadurch zum Ausdruck, dass vom *unbewegten* Phasenpunkt ausgehend je 20 verschiedene x- und y-Werte projiziert werden können, aber immer nur *ein* Wert $z=0$.

Liebe Leserin, lieber Leser, wenn Sie das hier verstanden haben, sind Sie schon ganz schön weit gekommen bei der Abstraktion, die zum 'Verständnis' des abstrakten Phasenraumes führt. Wenn nicht, noch einmal versuchen oder Kapitel 5 abwarten. Volle Anschaulichkeit und Abstraktionen der Wirklichkeit zusammenzufügen, ist eine schwierige Kunst, weil wir hier etwas tun wollen, was die Evolution gar nicht vorgesehen hat. Vielleicht wird uns der Phasenraum nach einer Million Jahren so anschaulich sein wie der Anschauungsraum schon heute. Aber vielleicht auch nicht, denn dazu müssten ja diejenigen unter uns, die diese Abstraktion hier geschafft haben, einen Selektionsvorteil haben. Den sehe ich aber noch nicht. Warten wir es also ab ...

Wir haben aber dennoch irgendwie 'erkannt', dass *im Orts-Halbraum* der Phasenpunkt nur einen sehr kleinen Raumbereich für seine Bewegungen beansprucht, um den zeitlichen Ablauf in unserem Schüler-Modell "zwanzig Massenpunkte" zu beschreiben. Und daher beschreibt dieser Phasenpunkt System-Zustände hohen Ordnungsgrades und niedriger Entropie.

Zustand 2):

Hier ist *sowohl* im Orts- *als* auch im Impuls-Halbraum der Ordnungsgrad demjenigen im Zustand 1) sehr ähnlich. Ein *Unterschied* im Impuls-Halbraum ist nur der, dass das vom Zustandspunkt angeforderte punkthähnliche Teilvolumen nicht mehr bei $v_x=v_y=v_z=0$ liegt, sondern bei der Geschwindigkeit, mit der die Gruppe 'marschiert'.

Was den Orts-Halbraum betrifft, so bildet sich auch hier die im Anschauungsraum vorliegende geometrisch-konstante Ordnung der Marschgruppe ab in den dafür zuständigen Projektionen auf die Achsen des Orts-Halbraumes des gesamten Phasenraumes. Der Orts-Beitrag zur Gesamt-Entropie bleibt also so klein wie im Zustand 1) - es sei denn, einige Schüler scheren während des Marsches ständig aus.

Zustand 3):

Sowohl im Orts- *als* auch im Geschwindigkeits-Halbraum ist der Ordnungsgrad wesentlich geringer und die Entropie wesentlich höher, als in den Zuständen 1) und 2).

Die Schülerinnen und Schüler, also auch die sie 'modellierenden' Massenpunkte befinden sich nicht mehr 'wohlgeordnet' und unbewegt relativ zueinander auf ihren zugewiesenen Plätzen im Klassenzimmer oder in der Marschier-Ordnung, sondern sie wandern regellos über den Schulhof oder über die Flure und anderen Zimmer des Schulhauses. Somit muss sich der Zustandspunkt im Phasenraum so bewegen, dass jederzeit alle sich im Zeitverlauf *verändernden* Projektionen auf die 120 Achsen dieses Raumes die unsystematischen Aufenthaltsorte und Bewegungs-Zustände der 20 Massenpunkte richtig wiedergeben.

Der benutzte Aufenthaltsbereich Im Orts-Halbraum hängt daher davon ab, wo sich im Anschauungsraum *zu allen Zeiten* die Schülerinnen und Schüler befinden können, sei es im Schulgebäude, auf dem Schulhof, oder am benachbarten Kiosk. Der benutzte Aufenthaltsbereich Im Impuls-Halbraum hängt davon ab, wie schnell sich die 'Schüler-Massenpunkte' dort- oder anderswohin bewegen. Fazit: In beiden 'Hälften' des Phasenraumes werden bei der hier gegebenen großen Unordnung und Entropie auch große Volumenbereiche beansprucht, um die erforderlichen Projektionen auf die Achsen gewährleisten zu können.

Und wenn die die Schulglocke das Ende der Pause verkündet, dann passiert im Orts-Halbraum ziemlich Ähnliches wie bei der Gaskompression: Die Klingel 'zwingt' die 20 Massenpunkte in die engere Schulklasse, so wie der Kolben der Luftpumpe die 10^{23} Moleküle in ein kleineres Volumen zwingt. Interessanter Weise passiert jedoch Im Impuls-Halbraum das Gegenteil: Die 10^{23} Moleküle bewegen sich in ihrem kleiner gewordenen Volumen noch heftiger, denn sie haben ja bei den Kollisionen mit der entgegen kommenden Wand 'Impulsschübe' erhalten. Die 20 Massenpunkte hingegen setzen sich in ihrem kleineren Volumen wieder schön ruhig auf ihre Plätze. Sie gehen ja aus 'eigener' Kraft, und vom *Gehirn* gesteuert, dorthin, sie werden nicht einfach dorthin gestoßen.

Allerdings haben wir an dieser Stelle die Modellierung des Schülersystems durch Massenpunkte aufgegeben! Wir haben Komplexität eingebaut! die 'einfachen' Massenpunkte haben nämlich keine Ohren, um die Pausenglocke zu hören, und auch kein Gehirn, um aus diesem Signal Handlungsweisen abzuleiten. Dies ist ein weiterer Hinweis darauf sein, dass in *komplexen* Systemen manches ganz anders abläuft als in einfachen Systemen.

Die Komplexität entsteht also nicht durch die aberwitzige *Vielzahl* von 10^{23} System-Teilen, auch nicht durch die *Vielfalt* der Bewegungszustände, sondern z.B. dadurch, dass die System-Teile nicht mehr in den kleineren Raum schlicht 'hineingestoßen' werden: Die Schulglocke 'stößt' ja die Schülerinnen und Schüler nicht ins Klassen-

zimmer. Die Glocke wäre komplett wirkungslos, wenn nicht das - nun wirklich *sehr* komplexe - Gehirn reagieren würde.

Dieses 'Dazu-Schalten' des Gehirns bedeutet ja nicht, dass *nur ein* bisher nicht aktiver Freiheitsgrad pro Schüler den weiteren Verlauf des 'Schülersystems' mitentscheidet, sondern ein ganzes Untersystem aus ungeheuer vielen vernetzten Freiheitsgraden, welches vielleicht zu den komplexesten Systemen gehören, die das Universum je hervorgebracht hat.

Übrigens ist die Atmosphäre auch sehr komplex, zwar nicht *so* komplex wie unser Gehirn, aber als wahrscheinlich komplexestes unbelebtes System überhaupt - mit Selbstorganisations-Prozessen usw. - doch immerhin '*so*' komplex, dass auch hier manches ganz '*anders*' abläuft als gedacht.

Zusammenfassungen - Verdichtungen - Ergänzungen

Man kann nun verstehen, dass eine quasistatisch-adiabatische Gaskompression zwar das Gas erwärmt, aber seine Entropie nicht erhöht, so dass dem zweiten Hauptsatz Genüge getan wird: Die Erwärmung entspricht einer Entropie-Erhöhung *nur im Impuls-Halbraum des vollständigen Phasenraumes*, genauer gesagt, einer dortigen Vergrößerung des vom Zustandspunkt beanspruchten Volumens. Und da die Kompression nicht nur eine Erwärmung mit sich bringt, sondern natürlich auch eine Volumen-Verkleinerung - welche sich sehr sinnfällig im Orts-Halbraum des vollständigen Phasenraumes widerspiegelt - wird *hier* die Entropie verringert.

Man kann also - etwas unkonventionell - den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik auch dadurch charakterisieren, dass das Zusammenspiel dieser beiden Effekte zur Isentropie, zu einer nicht veränderten Entropie bei quasistatisch-adiabatischer Gaskompression führt. M.a.W., im vollständigen Phasenraum, dessen Koordinatenachsen sowohl die des Orts- als auch die des Impuls-Halbraumes sind, bleibt das vom Zustandspunkt beanspruchte Teilvolumen konstant groß!

Der Prozess stellt sich im Phasenraum so dar, dass ein Teil des Aufenthaltsbereiches des Phasenpunktes vom Orts-Halbraum in den Impuls-Halbraum 'wandert'. Wenn man die Formel $ds = d_{\text{imp}}s + d_{\text{ort}}s$ von Seite 202 verwendet, so ist ds einfach deswegen Null, weil der erste Summand genauso viel größer wird wie der zweite Summand kleiner wird. Die Formel für die 'Wärme' entsteht ja einfach durch Multiplikation dieser Beziehung mit T :

$$\delta Q = Tds = Td_{\text{imp}}s + Td_{\text{ort}}s$$

Tds ist die allgemeine **Wärme**, gelegentlich auch thermodynamische Wärme genannt. $Td_{\text{imp}}s$ ist die von uns so genannte **Erwärmung**, gelegentlich auch umgangssprachliche Wärme genannt. Den Term $Td_{\text{ort}}s$ könnte man **temperatur-neutrale Wärme** nennen.

Ein gutes Beispiel hierfür ist die **Diffusion**. Es ist wohl anschaulich, dass sie die Entropie im Orts-Halbraum des Phasenraumes vergrößert, ohne (wesentliche) Veränderungen im Impuls-Halbraum zu verursachen.

Man ahnt, dass eine ähnlich übersichtliche und einsichtige Erklärung ohne das Hilfsmittel **Phasenraum** der **System-Theorie** nur sehr schwer möglich wäre, wenn überhaupt. Und das ermutigt uns, das systemtheoretische Konzept nicht nur - wie hier - auf ein *kompliziertes* System anwenden zu können, sondern auch auf ein hoch *komplexes* System: das **Klimasystem** (→ Kapitel 5).