2.6 Veranschaulichung der Vernetzung von Hydro- und Thermodynamik

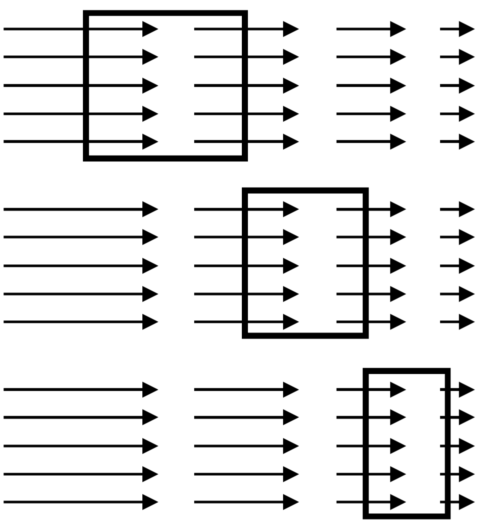
Worum geht es?

Vernetzung heißt, dass im Prinzip alle Variablen von allen abhängen können, auch wenn bestimmte Abhängigkeiten stärker sind als andere. Das haben wir nun oft gehört, aber meist nur in Form einer eher abstrakten Argumentationsweise. Wenn wirklich alle Variablen von allen abhängen, dann hängen ja auch die thermodynamischen Variablen von den hydrodynamischen Variablen ab und umgekehrt. Diese Vernetzungen sind in der atmosphärischen Physik einerseits sehr wichtig und andererseits aber auch leicht und anschaulich darstellbar. Daher widmen wir diesem Thema hier ein eigenes Kapitel.

Wir skizzieren zwei verschiedene Strömungsformen, also zwei Formen von *hydrodynamischen* Feld-Variablen, die beide u.a. eine *Kompression* des mitschwimmenden, Lagrange'schen Luftpäckchens verursachen. Aber eine Kompression entspricht einer Volumenänderung, also auch einer 'Änderung des spezifischen Volumens $\upsilon = V/m$, und der Dichte $\rho=1/\upsilon$. Das sich auch der Druck p und die Temperatur T bei Volumenverringerung erhöhen, geht schon aus den anschaulichen Begriffen 'Kompressions-Druck' und 'Kompressions-Wärme' hervor. Das auch die Entropie an diesen Wechselwirkungen teilnimmt, ist noch ein Zukunftsthema dieses Buches. Somit werden alle *thermodynamische* Feldvariablen durch Wechselwirkung mit den Veränderungen der hydrodynamischen Variablen verändert. Dass daraus auch eine 'echte, beidseitige' Wechselwirkung wird, sieht man am Beispiel der Land-Seewind-Zirkulation, oder daran, dass die Sonnen-Einstrahlung sogar jegliche Zirkulation der Atmosphäre antreibt.

Unsere bisherigen Ausführungen waren sehr oft von statistischer Natur. Wir fragten uns, wie viele Atome/Moleküle ein Luftpäckchen hat, wie viele Luftpäckchen die Atmosphäre hat, wie groß die Rechenleistung der aktuellen Hochleistungs-Rechner ist, ob sie ausreicht, um das physikalische Verhalten der zahlreichen jeweiligen Untereinheiten zu berechnen. Dass die rein mathematische Statistik für eine physikalische Beschreibung nicht ausreicht, haben wir in den letzten Kapiteln erfahren. Allerdings haben wir auch dort noch nicht diskutiert, wie die physikalischen Gleichungen konkret aussehen, die hier zum Einsatz kommen müssen. Das werden wir auch hier nicht tun (sondern - andeutungsweise - erst in Kapitel 3). Wer entsprechendes Vorwissen hat, kann schon jetzt auch [Lan02] oder www.hajolange.de / Kap.02 Nablarechnung und Hydrodynamik.pdf konsultieren.

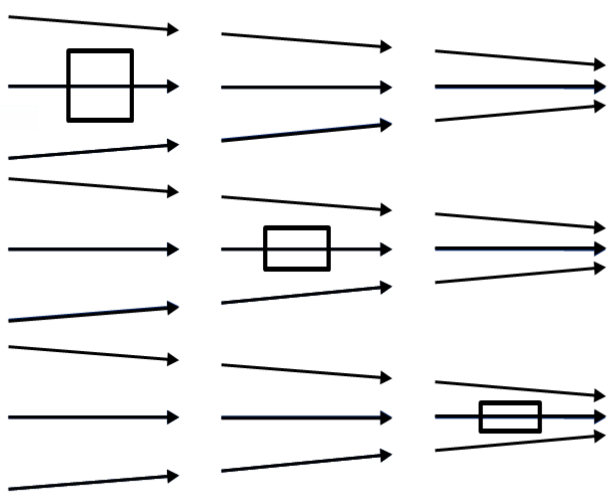
Gelegentlich kann ein physikalisches Verständnis auch ohne explizite Verwendung von Gleichungen vermittelt werden, indem die mathematische Strenge durch *Veranschaulichung* der Physik ersetzt wird. Auf diese Weise kann man zwar keine neuen physikalischen Entwicklungen voranbringen, aber wir müssen ja 'nur' schon getätigte Entwicklungen verstehen. Genauer gesagt, möchte ich in diesem Kapitel das Thema 'Vernetzung von Variablen' darstellen, zwar formelfrei-anschaulich, aber dennoch nicht frei von physikalischem Denken. Wir hatten schon früher angedeutet, dass man die Bewegungen der Atome / Moleküle mit der rein mechanischen Newtonschen Gleichung (→ Seite 43) beschreiben müsste, und die Bewegungen der Luftpäckchen mit hydrodynamischen Gleichungen, von denen es wiederum eine Lagrange'sche und eine Eulersche Version gibt. Anders als für die Atome/Moleküle benötigen wir für die Luftpäckchen aber auch thermodynamische Gleichungen, um die wir uns ebenfalls noch kümmern müssen. Wie schon gesagt, ist natürlich zu erwarten, dass im Rahmen der allgemeinen - aber noch immer nicht streng definierten - Vernetzung *aller* Variablen auch die hydrodynamischen Variablen mit den thermodynamischen vernetzt sein werden.



Diese Vernetzung können wir durch kleine Skizzen veranschaulichen, hier z.B. einer hydrodynamischen Strömung, welche nach vorne immer langsamer wird. Im oberen Bildteil ist ein würfelförmiges mitschwimmendes, also ein Lagrange'sches Luftpäckchen eingezeichnet, die Pfeile deuten an, dass es sich zunehmend langsamer nach rechts bewegen wird, was die beiden folgenden Bildteile dieses kleinen 'Filmes' ja auch zeigen. Die Pfeile deuten *auch* an, dass sich in jeder Position die Vorderseite des Luftpäckchens langsamer nach rechts verlagert als die Rückseite. Folglich zeigt die Momentaufnahme im mittleren Bildteil an, dass aus dem Würfel - in der Aufsicht also aus dem Quadrat - ein Rechteck geworden ist. Das Luftpäckchen ist *komprimiert* worden, wie ein Luftpäckchen in einer Luftpumpe, dessen Kolben man nach innen gedrückt hat. Im unteren Bildteil haben sich die Form- und die Volumenänderung fortgesetzt. Dieses Verhalten des Lagrange'schen Luftpäckchens kommt offenbar dadurch zustande, dass zu allen drei Zeitpunkten die vorderen Moleküle des Luftpäckchens langsamer strömen als die hinteren.

Stellen Sie sich in jedem der drei Teilbilder zusätzlich zu dem eingezeichneten Luftpäckchen noch das jeweils vordere und hintere Nachbar-Luftpäckchen vor. So 'sehen' Sie, dass das vordere Luftpäckchen das eingezeichnete Luftpäckchen in seiner Vorwärtsbewegung abbremst - es 'schwimmt' ja in einer etwas langsameren Strömung - und dass das hintere Luftpäckchen eine antreibende Kraft auf das eingezeichnete Luftpäckchen ausübt - es 'schwimmt' in einer schnelleren Strömung. Beim Vergleich mit einem in einer Luftpumpe eingeschlossenen Luftpäckchen entspricht die vordere starre Innenwand des Pumpenzylinders dem (gedachten) vorderen bremsenden Luftpäckchen, und die bewegliche Kolbenwand entspricht dem 'drängelnden' hinteren Nachbar-Luftpäckchen. Wie sich bei einer solchen Kompression z.B. der Druck p oder die Temperatur T ändern, kann man in einer Luftpumpe sicherlich einfacher messen als beim 'mitschwimmen' in der komprimierenden Strömung (→ nächstes Kap. 2.7). Das gilt natürlich auch für die Massendichte $\rho = 1/\upsilon = m/V$, oder deren Kehrwert $\upsilon = 1/\rho = V/m$. Hier ist m die Masse und V das Volumen des Luftpäckchens. 'Günstiger' ist es jedoch, diese Formel infinitesimal zu schreiben, also statt $\upsilon = V/m$ die Version $\upsilon = dV/dm$ zu verwenden, denn dann kann man auch das Verhalten von sehr kleinen Luftpäckchen messen.

Die Geschwindigkeitsvektoren unseres soeben diskutierten Geschwindigkeits-Feldes hatten überall die *gleiche Richtung*, aber die *Beträge* dieser Vektoren wurden von links nach rechts kleiner. In diesem Fall spricht man von einer ***Geschwindigkeits-Konvergenz***. Allerdings passt das Bild nicht zu der früheren Bemerkung, (→ Seite 55), dass Kompressionen in Trajektorien-Feldern stattfinden würden, welche ebenso zusammenlaufen wie Lichtstrahlen nach dem Durchqueren einer Sammellinse etwa so, wie in der nächsten Skizze dargestellt.



Im Gegensatz zum vorigen Vektorfeld sind hier die *Vektorbeträge* (ihre 'Längen') überall gleich, es variieren aber die *Richtungen* im Sinne einer ***Richtungs-Konvergenz.*** In beiden Skizzen wird das in der Strömung mitschwimmende Luftpäckchen komprimiert. Das im zweiten Fall angedeutete würfelförmige Luftpäckchen wird allerdings nicht horizontal (in Strömungsrichtung) zusammengedrückt, sondern vertikal (senkrecht zur Strömungsrichtung), d.h. zu einem immer flacheren, 'liegenden' Rechteck, als Resultat der nicht mehr geschwindigkeits-konvergenten, sondern der richtungs-konvergenten Strömung. Auch die von der Richtungs-Konvergenz verursachte Kompression könnte man in einer Luftpumpe nachbilden. Da wir im nächsten Kapitel Experimente mit einer Luftpumpen-ähnlichen Versuchsanordnung beschreiben werden, wäre es nicht schlecht, die Nähe zum hydrodynamischen Experiment im Auge zu behalten.

Die hier dargestellte Geschwindigkeits- bzw. Richtungskonvergenz bewirken offenbar, dass neben den Volumenverkleinerungen des Luftpäckchens auch Formänderungen (Deformationen) geschehen. Wenn aber beide Strömungsformen kombiniert werden - wenn also die Strömung 'zusammenfließt' *und* in Strömungsrichtung immer langsamer wird - dann kann es auch zu einer ***formtreuen*** Volumenänderung kommen. Ebenso können andere Strömungsbilder (z.B. Scherströmungen) volumentreue Deformationen hervorrufen.

Der Fachbegriff ***Divergenz*** hat zwei Bedeutungen. *Einerseits* bedeutet Divergenz das Gegenteil von ***Konvergenz***, beschreibt also ein Geschwindigkeitsfeld, dessen Beträge in Strömungsrichtung nicht kleiner, sondern größer werden, und/oder dessen Richtungen kein Zusammenfließen, sondern ein Auseinanderfließen darstellen.

Andererseits ist Divergenz auch ein *Oberbegriff* von Konvergenz *und* Divergenz. Ein guter Versuch, diese Doppeldeutigkeit von 'Divergenz' zu vermeiden, liegt in der Prägung des Begriffs ***Vergenz*** als Oberbegriff für Konvergenz oder Divergenz. Leider hat sich dieser Oberbegriff - er stammt aus der 'Kieler Schule', die von A. Defant und F. Defant am Anfang und in der Mitte des 20. Jahrhunderts gepflegt wurde - nicht durchgesetzt. Eine Alternative wäre es, die Zusätze 'im weiteren Sinne' (i.w.S.) und 'im engeren Sinne' (i.e.S.) zu verwenden. Dann hätte man die Regel:

Divergenz i.w.S. = Oberbegriff für Konvergenz und Divergenz i.e.S.

Aber auch diese etwas kryptische Terminologie wird nur selten verwendet, und so kann man oft nur aus dem Sinnzusammenhang entnehmen, welche Bedeutung der Begriff Divergenz bei der jeweiligen Verwendung gerade hat.

Schauen wir uns noch einmal die beiden obigen Skizzen an. Beide Bilder zeigen eine Sequenz von drei Teilbildern, die sich nur dadurch unterscheiden, dass sich das jeweilige Luftpäckchen im Zeitverlauf immer weiter nach rechts bewegt hat. Es sind also gewissermaßen drei Einzelbilder eines Filmes, der die Bewegung eines Lagrange'schen Teilchen auf seiner Trajektorie aufzeichnet. M.a.W., die gesamte Diskussion um die Wechselwirkung zwischen Hydrodynamik und Thermodynamik wurde bisher nur mithilfe der Lagrange'schen Hydrodynamik geführt.

Unsere beiden Skizzen sind aber auch gut geeignet, den auf Seite 64 beschriebenen Unterschied zur Eulerschen Hydrodynamik noch einmal zu erläutern und zu vertiefen. Vorher müssen aber noch zwei naheliegende Missverständnisse bzw. Unklarheiten der bisherigen Darstellung ausgeräumt werden.

<u>*Erstens*</u>:

Sinngemäß haben wir gesagt (→ Seite 68), dass ein Bild der ***Eulerschen Stromlinien*** das ganze Strömungsfeld wiedergibt, das von sämtlichen beteiligten Luftpäckchen gebildet wird, allerdings nur zu einem einzigen Zeitpunkt, den man folglich auch fotografieren kann. Auch das Foto einer einzigen Stromlinie umfasst noch viele Luftpäckchen, nämlich diejenigen, deren Geschwindigkeitsvektoren sich momentan zu dieser Stromlinie 'zusammenreihen'. Dagegen gibt ein Bild der ***Lagrange'schen Trajektorien*** Linien im Raum wieder, auf denen sich jeweils *ein* Luftpäckchen während eines ganzen Zeitraumes fortbewegt. Genau aus solchen Bildern bestehen ja auch die beiden obigen Skizzen. Eine Trajektorie umfasst also viele Zeitpunkte, nämlich alle, während der sich das eine Luftpäckchen auf dieser Trajektorie fortbewegt. Aber einen ganzen Zeitverlauf kann man nicht durch ein Foto erfassen.

Auch die je jeweils *drei* 'Fotos', wie in den obigen Skizzen, sind nur Kompromisse: Sie zeigen zwar eine jedes Mal veränderte Raumposition des Luftpäckchens, aber keine veränderten Trajektorien, die sich ja 'normalerweise' von Foto zu Foto ebenfalls verändert haben. M.a.W., wir haben in den Skizzen zwei Beispiele für ***stationäre*** (immer gleichbleibende) ***Strömungen*** gezeigt. Für die Atmosphäre sind stationäre Strömungen zwar nicht typisch, aber für physikalische Diskussionen der hier vorzunehmenden Art haben sie einen unschätzbaren Vorteil, weil Stromlinien und Trajektorien hier identisch sind.

<u>*Zweitens*</u>:

Ein gewisser Widerspruch könnte darin gesehen werden, dass *eine* Trajektorie einerseits die Raumkurve darstellen sollte, auf der sich *ein* strömendes Luftpäckchen bewegt, dass aber andererseits in der ersten Skizze *mehrere* Trajektorien für die Bahn *eines* Luftpäckchens eingezeichnet wurden. (Die zweite Skizze ist in dieser Hinsicht schon 'besser'). Tatsächlich müsste man all diese Luftpäckchen wesentlich kleiner zeichnen, gewissermaßen 'so klein wie möglich', um jedem eine eindeutige Trajektorie zuordnen zu können.

Zur 'Entschuldigung' gebe ich an, dass mit einer einzigen Trajektorie das Zusammendrücken eines sehr kleinen Quadrates zu einem querstehenden Rechteck nur schwer zu veranschaulichen gewesen wäre. Das war im Falle der in Strömungsrichtung ausgerichteten Rechteckes bei Richtungs-Konvergenz einfacher, obwohl die Dichte-formel $\rho = 1/\upsilon$ mit $\upsilon = dV/dm$ als Quotient infinitesimaler Größen auch hier kleinere Luftpäckchen als die gezeichneten erfordert hätte.

Mit dem Wissen um diesen Kompromiss zwischen Exaktheit und Veranschaulichung, der in beide Skizzen eingegangen ist, und vor allem mit dem Wissen um die aus der Stationarität der Strömungen folgende Identität der Eulerschen Stromlinien mit den Lagrange'schen Trajektorien, können wir nun der Lagrange'schen Interpretation der beiden Skizzen eine physikalische Eulersche Interpretation an die Seite stellen.

Im Lagrange-Bild interpretierten wir die dort eingezeichneten Quadrate/Rechtecke als jeweils *ein* Luftpäckchen, welches längs der Trajektorien mitschwimmt. Nun aber, in der Eulerschen Interpretation der gleichen Skizzen, kennzeichnen die eingezeichneten Quadate/Rechtecke jeweils die *drei* Fluid-Bereiche von jeweils drei raumfesten Luftpäckchen! Die Pfeile beschreiben also keine Fortbewegung von ***Luftpäckchen*** mehr, sondern ein Ein- und Ausfließen von Luft in den bzw. aus dem jeweiligen räumlich unveränderlichen Raumbereich von ***Euler-Luftpäckchen***. Daher zeigen die Dreier-Bildsequenzen nicht mehr den zeitlichen Fortgang der Entwicklung, sondern. drei unterschiedliche feste Raumregionen an einem *festen* Zeitpunkt.

Man kann auch diesen feststehenden Raumbereich 'Luftpäckchen' nennen, eben ein ***Euler-Luftpäckchen***, denn dieser Raumbereich ist ja ebenso wie der Raumbereich eines Lagrange-Luftpäckchens ständig mit Luftmolekülen gefüllt. Nur besteht der Lagrange'sche Raumbereich aus immer den gleichen, der Eulersche Raumbereich jedoch aus ständig wechselnden Luftmolekülen. Etwas verkürzt kann man sagen: die ungeordnete Bewegung der stets gleichen Moleküle des Lagrange-Luftpäckchens bestimmt die Temperatur. Wenn sich aber all diese Moleküle auf eine gemeinsame Geschwindigkeits-Komponente in eine bestimmte Richtung 'einigen', bewegt sich das ganze Lagrange-Päckchen dorthin. Es ist dann eben *nicht* ortsfest.

Die Temperatur des Euler-Päckchens bestimmt sich aus den ungeordneten Molekularbewegungen der am festen Ort zufällig anwesenden Moleküle. Weisen auch diese eine allen gemeinsame - eine geordnete - Komponente auf, dann bewegen sich diese aus dem ortsfesten Euler-Päckchen heraus. Da aber diese Ordnung der molekularen Bewegungen nicht schlagartig an den Grenzen des Euler-Päckchens endet, strömen in der Regel 'von der anderen Seite' auch wieder Moleküle ein. Der Organisationsgrad der Moleküle ändert sich zwischen den Eulerschen Luftpäckchen nicht abrupt, sondern nur ***infinitesimal***, so dass das Stromlinienenfeld *stetig* ist. Daher ist es die Regel, dass sich die soeben beschriebenen Ein- und Ausflüsse von Molekülen nicht genau kompensieren. Wenn z.B. der Massenimport überwiegt, muss natürlich die Dichte $\rho = dm/dV$ des Eulerschen Luftpäckchens zunehmen. *Diesmal aber nicht,* *weil (wie im Lagrange-Luftpäckchen) das Volumen* dV *kleiner geworden ist, sondern weil die Masse* dm *größer geworden ist,* weil mehr Masse herein als hinaus geflossen ist. Unsere Skizzen beschreiben genau diesen Fall: In der ersten Skizze erkennen wir einen Netto-Massenimport, weil links mehr Masse in das Eulerpäckchen hineinfließt als rechts exportiert wird. In der zweiten Skizze erkennen wir ebenfalls einen Netto-Massenimport. Zwar gleichen sich hier der Import auf der linken Seite und der Export auf der rechten Seite aus, aber oben und unten wird offensichtlich Masse *nur* importiert. Dafür sorgt die Richtungskonvergenz.

Alles in allem kann man sagen, dass die vernetzende Wechselwirkung zwischen dem hydrodynamischen Strömungsfeld und dem thermodynamischen Dichtefeld ρ sowohl in der Lagrange'schen als auch in der Eulerschen Betrachtungsweise der Hydrodynamik 'sichtbar' ist. Die Hydrodynamik beeinflusst die thermodynamischen Variablen, indem sie die Luftpäckchen z.B. komprimiert und so ihre Dichte $\rho = dm/dV$ erhöht, entweder durch Verkleinerung von dV, wie es die Lagrange'sche Hydrodynamik wiedergibt, oder durch Vergrößerung von dm, wie es die Eulersche Hydrodynamik wiedergibt. Allgemeiner gesagt, verursachen die Vergenzen (→ Seite 124) des Strömungsfeldes - analog zu Kolbenbewegungen in einer Luftpumpe - Volumenänderungen und Deformationen von Luftpäckchen, was auch alle anderen thermodynamischen Variablen verändert (z.B. weil die Dichte ρ wegen der Zustandsgleichung idealer Gase, $\rho \sim p/T$ - die wir im nächsten Kapitel kennenlernen - sich nur dann ändern kann, wenn sich auch der Quotient p/T verändert).

Aber beeinflusst die Thermodynamik auch die Hydrodynamik? Die Antwort lautet "ja": Eine Vernetzung von Hydrodynamik mit Thermodynamik kommt auch dadurch zustande, dass umgekehrt die atmosphärische Strömung von den thermodynamischen Eigenschaften der Luft abhängt. Man denke nur daran, dass die globale atmosphärische Zirkulation von den Temperaturunterschieden zwischen dem Äquator und den Polen angetrieben wird. Dazu später mehr.

Der Land - Seewind - Wechsel (ein anderes Beispiel) geschieht, weil im Sommer bei Tage die Luft über Land i.A. wärmer ist als über dem Wasser. Daher steigt die warme Luft in die Höhe, und das Defizit am Boden wird durch den kühlen Wind von der See ausgeglichen. Abends aber kühlt sich das Land schneller ab als das Wasser, weil letzteres eine höhere Wärmekapazität hat. Nachts haben sich dann die Temperaturverhältnisse umgekehrt. Nun ist die Luft über dem Wasser wärmer als über dem Land, und die aufsteigende Meeresluft wird durch den - nun kühleren - Landwind ersetzt. Auch die Monsune oder die Berg- und Tal-Winde haben ihre Ursache darin, dass nicht nur die Strömung die Thermodynamik beeinflusst, sondern eben auch die

Thermodynamik die hydrodynamischen Strömungen. Man kann sogar sagen, dass *jede* Strömung thermodynamisch angefacht wird.

Man beachte: Wenn die Hydrodynamik die Thermodynamik beeinflusst, (wie in den beiden Skizzen dargestellt durch 'Kneten' der Luftpäckchen), und wenn die Thermodynamik dann auch wieder die Hydrodynamik beeinflusst (durch unterschiedliche, sogenannte ***differenzielle Erwärmungen*** zwischen Äquator und den Polen, zwischen Meer und Land, zwischen Berg und Tal), dann können sich thermodynamische und hydrodynamische Variablen auch selbst verändern, die jeweils 'anderen' als 'Werkzeug' verwendend. Das ist erstens der Grund dafür, dass die naturwissenschaftliche Grunddisziplin der atmosphärischen Physik weder die Hydrodynamik noch die Thermodynamik allein ist, sondern die zusammengefasste Hydro-Thermodynamik. Und zweitens leitet sich daraus die Erkenntnis ab, dass z.B. Temperaturerhöhungen oder Zunahmen von Stürmen nicht unbedingt eine Ursache 'von außen' benötigen, etwa anthropogene CO_2-Erhöhungen, sondern dass es auch interne atmosphärische Veränderungen geben muss.

Zusammenfassungen - Verdichtungen - Ergänzungen

In zwei Skizzen haben wir veranschaulicht, dass die hydrodynamische Strömung die mitschwimmenden Lagrange'schen Luftpäckchen komprimieren und expandieren kann. Im ersten Fall wird das spezifische Volumen $\upsilon = dV/dm$ der Luft kleiner, im zweiten Fall größer (denn dm bleibt ja in den - massekonstanten - infinitesimalen Lagrange-Teilchen konstant). Die Skizzen verdeutlichen direkt zwar nur den Kompressionsfall, wenn man aber alle Strömungs-Vektorpfeile umdreht, wandert das jeweilige Luftpäckchen nach links und wird dabei größer.

Aber selbst, wenn man die in diesem Kapitel ebenfalls veranschaulichte umgekehrte Beeinflussung hydrodynamischer Größen durch thermodynamische Größen eingesehen hat, weiß man noch nicht, *nach welchem physikalischen Gesetz* die thermodynamischen Größen υ, ρ, p, T *untereinander* zusammenhängen, z.B. in welchem Maße sich p oder T bei gegebener Verkleinerung von υ verändern. Gesetze hierzu kann man auch theoretisch ableiten - im Rahmen der sogenannten kinetischen Gastheorie - aber wir machen das (im nächsten Kapitel) ausnahmsweise experimentell. Das heißt nicht, dass wir am mitschwimmenden Lagrange'schen Luftpäckchen Messungen vornehmen, sondern wir schließen das massenkonstante Luftpäckchen in eine Luftpumpe ein und simulieren die Kompression oder Expansion des Gases durch entsprechende Kolbenbewegungen.

Die beiden Skizzen in diesem Kapitel sollten nicht nur Wechselwirkungen zwischen hydro- und thermodynamischen Variablen verdeutlichen, sondern auch die unterschiedlichen Beschreibungsweisen durch die Lagrange'sche bzw. Eulersche Hydrodynamik. Für den Fall einer stationären Strömung müssen dazu die beiden Skizzen noch nicht einmal neu gezeichnet werden. Sie werden nur anders interpretiert, und gerade dieser Unterschied der Interpretation der Skizzen lässt sehr anschaulich den Unterschied, aber auch die Gleichwertigkeit der beiden verschiedenen Betrachtungsweisen erkennen.