



stochastisches Chaos eine Vorhersagbarkeit des Klimas als mittleres Wetter (und auch die Vorhersage anderer *komplexer* Systeme) verhindert.

Obwohl ein Hauptgegenstand dieses Buches die Physik **komplexer** Systeme ist, (d.h. **nichtlinearer** und **vernetzter** Systeme), aber auch **komplizierter** Systeme, vertragen wir noch ein wenig die endgültige Definition dieser Begriffe, also auch die versprochene Unterscheidung zwischen ihnen. Wir setzen vorerst den schon in der zweiten 'Hälfte' des ersten Kapitels begonnenen Rundgang fort, auf dem wir vom System Atmosphäre und seinen Teilsystemen sprechen, sowie natürlich vom Klimasystem, von dem die Atmosphäre wiederum nur ein Teilsystem ist. Und wir machen einige Bemerkungen darüber, was Systeme *überhaupt* sind. Bei all dem wird die umgangssprachliche Bedeutung des Begriffes 'komplex' in diesem Kapitel noch ausreichen, da sie im Rahmen der hier vorzunehmenden Erläuterungen der exakten Definition nicht widerspricht.

Machen wir gleich einmal eine Probe: Wenn Sie, liebe Leserin, lieber Leser, mit dem folgenden Satz überhaupt nichts anfangen können, habe ich unrecht. Wenn Sie aber eine ungefähre Vorstellung haben, was mit dem folgenden Satz ausgesagt werden soll, können wir uns mit Ihrer und meiner umgangssprachlichen Auffassung von 'komplex' noch gut verständigen. Dieser Satz, der übrigens eine Art *Kernsatz* oder Leitfaden für das ganze Buch ist, lautet:

***Erst wenn man verstanden hat, warum man das zeitliche Verhalten einfacher dynamischer Systeme vorhersagen kann, kann man beurteilen, ob man auch komplexe Systeme vorhersagen kann.***

Wenn Sie *nicht* wissen, was ich hier sagen wollte, liegt das vermutlich weniger an Ihrer mangelnden Vorstellung vom Begriff Komplexität als daran, dass sie nicht so genau wissen, was unter einem **System** zu verstehen ist. Systeme gibt es nämlich wie Sand am Meer. Es gibt Rentensysteme, Schulsysteme, Betriebssysteme für Computer, Wirtschaftssysteme, Verdauungssysteme von Mensch und Tier, Spielsysteme für Fußball oder Schach, usw., usw. Die meisten sind komplex: Wenn z.B. das System 'Fußball' nicht komplex wäre, sondern einfach, und wenn mein obiger Kernsatz über die Vorhersagbarkeit einfacher System gilt, dann könnte man die nächste Liga-Saison ausfallen lassen, denn man könnte ja die Endtabelle einfach ausrechnen. Auch Wirtschaftssysteme müssen komplex sein, denn sonst hätte man für das Ende des letzten Jahrzehnts eine Krise vorhergesagt. Man kann ja nicht einmal die Bauzeit und die Kosten eines komplexen Flughafens oder eines komplexen unterirdischen Bahnhofs vorhersagen. Natürlich haben Sie längst vermutet, dass ich hauptsächlich das ebenfalls komplexe System 'Atmosphäre' im Auge habe.

Stimmt! Aber mithilfe einer bloßen Analogie zu den Systemen Fußball oder Wirtschaft oder komplexen Bauvorhaben auf eine Nichtvorhersagbarkeit auch des Klimas zu schließen, wäre zu einfach. Das vorliegende Buch ist noch nicht fertig!

Übrigens, wieso ist die Atmosphäre in der obigen Aufzählung nicht enthalten? So gut und schön die aufgeführten Systeme auch sind, es sind allesamt nicht die Systeme, um die es in diesem Buch hauptsächlich geht. Wir beschränken uns im Wesentlichen auf **dynamische Systeme**, wobei 'dynamisch' im physikalischen Sinne gemeint ist, d.h. im Sinne von 'zeitlicher Auswirkungen von Kräften'. Daran erinnert noch immer, dass ein 'Dyn' eine *Einheit* der Kraft ist, auch wenn diese inzwischen weitgehend von der Einheit 'Newton' abgelöst wurde. In der **Newton'schen Bewegungsgleichung**, seinem zweiten Axiom, hat er 1687 erstmals formuliert:

***Für die 'Veränderung der' Bewegung (eines Gegenstandes mit einer bestimmten Masse) ist eine Kraft verantwortlich.***

Hätte man hier die beiden Wörtchen 'Veränderung der' weggelassen, gäbe dieser Satz die Auffassung von Aristoteles wieder, (Kraft als Ursache der Bewegung, aber nicht ihrer Veränderung), die 2000 Jahre lang die Physik beherrscht hatte. Die beiden Wörtchen 'Veränderung der' im zweiten Newton'schen Axiom sind es also, die nach zwei Jahrtausenden ein neues physikalisches Zeitalter eingeleitet haben. Übrigens ist eine **Veränderung der Bewegung** so etwas wie eine 'zweite Veränderung', denn die Bewegung selbst ist auch schon eine Veränderung: sie ist eine **Veränderung des Ortes**. Für Veränderungen *jeder Art* sind sogenannte **Differentialgleichungen** zuständig. Lösungen sogenannter **algebraischer Gleichungen**, wie beispielsweise  $x=12$  als Lösung der Gleichung  $x-3=9$ , sind *unveränderliche* Zahlen. Hingegen sind Lösungen von Differentialgleichungen veränderliche **Variable**, (man nennt sie auch **Freiheitsgrade**), oder **Funktionen** der Zeit. Da physikalische Gesetze die in der Natur vorkommenden *Veränderungen* vorhersagen sollen, z.B. die Veränderung des Klimas im Laufe der Zeit, müssen sie stets in Form von Differentialgleichungen formuliert werden. Wenn irgendwelche Zahlen durch algebraische Gleichungen an Freiheitsgrade angekoppelt sind, dann können es ja keine *unveränderlichen* Zahlen mehr sein. Sie heißen dann **Variablen**, aber eben nicht Freiheitsgrade, wenn sie keine 'eigene' Differentialgleichung haben. Das alles wird uns noch oft beschäftigen.

Nach Newtons erstem Axiom bewegt sich ein Gegenstand *ohne* Krafteinwirkung immer geradlinig und gleichförmig schnell. Das war allerdings schon vor Newton bekannt, denn dieses Axiom ist identisch mit dem von Galilei 57 Jahre früher gefundenen und von ihm so benannten **Trägheitsgesetz** von 1630.

Das dritte Newtonsche Axiom, oft titulierte als 'actio = reactio', sagt 'nur' aus, dass die Kraft, die ein Körper A auf einen Körper B ausübt, ebenso stark ist wie die Kraft, die der Körper B auf den Körper A ausübt, dass sie aber aus den unterschiedlichen Perspektiven der beiden Körper heraus gesehen entgegengesetzte Richtungen haben. Das deutet schon darauf hin, dass die Kraft kein sogenannter **Skalar** ist, der nur einen Betrag hat, sondern ein **Vektor**, der zusätzlich eine Richtung beschreibt.

Das zweite Axiom begründet Newtons immense Bedeutung für die Vereinheitlichung der Physik, bedeutet es doch, dass das berühmte Herunterfallen eines Apfels vom Baum und die Bewegung der Planeten um die Sonne und die Bewegung der Sonnen um das Zentrum der Milchstraße *gleichermaßen* durch dieses eine Gesetz erklärt werden können. (Letzteres konnte Newton noch nicht einmal wissen). Nach der heutigen Terminologie ist aber in der obigen, dem lateinischen Originaltext nachempfundenen, Formulierung ein Fehler enthalten. Zu Newtons Zeiten verstand man unter 'Bewegung' das gleiche wie heute unter **Impuls** - also die mit der **Masse** multiplizierte **Geschwindigkeit**. Das ist aber nur ein Bedeutungswandel der Sprache, den Newton nicht vorhersehen konnte.

Ob die Geschwindigkeit mit der Masse multipliziert ist oder nicht, sie ist jedenfalls ein Maß dafür, wie schnell sich der **Ort** des Gegenstandes verändert. Newtons Satz von der durch Kraft verursachten 'Veränderung der Bewegung' bezieht sich also nicht etwa auf eine Ortsveränderung, sondern auf eine Veränderung der Veränderung des Ortes! Schrecklich, nicht wahr? Und ahnen Sie, warum diese Beschreibung etwas wirr wirkt? Nicht weil ich versucht habe, absichtlich schlecht zu erklären, sondern weil ich versucht habe, gänzlich ohne einfachste Mathematik auszukommen! Nach diesem Motivationsversuch verspreche ich: Wir werden Newtons Bewegungsgleichung noch ganz einfach, einprägsam und sinnfällig *mathematisch* formulieren. - Bleibt nur noch hinzuzufügen, dass man die erwähnte 'zweite' Veränderung (erst die des Ortes, dann die der Geschwindigkeit) auch **Beschleunigung** nennt. Also war es gar nicht schlecht, dass wir in der Schule Newtons zweites Axiom in der Form

$$\mathbf{Masse\ mal\ Beschleunigung = Kraft}$$

gelernt haben. Hier ist auch die Anpassung der Newton'schen Original-Formulierung an die heutige Terminologie erfolgt, wonach die Bezeichnung 'Bewegung' die Masse nicht mehr enthält, sie also als Faktor extra aufgeführt wird. Dieser Satz ist auch schon die 'verbale Fassung' der sogenannten **Bewegungsgleichung**. Sie *ist* eine Differentialgleichung, weil sie ja eine Veränderung beschreibt - die Veränderung der Geschwindigkeit nämlich. Und für die unermesslich Wissensdurstigen unter den Leserinnen und Lesern: Es ist sogar eine **Differentialgleichung zweiter Ordnung**, weil ja auch die Geschwindigkeit bereits eine Veränderung ist - die Veränderung des

Ortes nämlich. Die Struktur dieser und anderer einfacher Differentialgleichungen hilft uns später auf verblüffend einfache Art, die Frage zu diskutieren, ob man komplexe Systeme wie das Klimasystem *überhaupt* berechnen kann. Oder um es in der Sprache des Kernsatzes von Seite 41 zu sagen: man erkennt an dieser Struktur ganz klar, dass die Voraussetzungen, die zur Vorhersagbarkeit einfacher Systeme führen, dort nicht mehr erfüllt sind.

Liebe Leserinnen und Leser, wenn Sie nun sagen, dass ich mir selbst widersprochen habe, haben Sie fast Recht. Natürlich: Wenn man *allein* mit der so einfachen Newtonschen Differentialgleichung das Bewegungsverhalten aller Gegenstände erklären kann, dann müsste man mit dieser Gleichung doch nur noch die Bewegungen aller Atome und Moleküle der Atmosphäre berechnen, und schon *haben* wir vorhergesagt, wie diese sich als Ganzes verhalten wird, ohne bedrohlich klingende hochkomplexe hydro-thermodynamischen Differentialgleichungen zu benötigen!

Zwar habe ich noch immer nicht erklärt, was 'komplex' eigentlich heißt, doch ahnen Sie schon, dass es auch etwas damit zu tun haben wird, dass hier Bewegungen von sehr, sehr vielen Atomen und Molekülen im Spiel sind. Allerdings macht die bloße Vielzahl der Teilchen die **Komplexität** *nicht allein* aus. Aber sie macht die **Kompliziertheit** aus und sie *erhöht* gegebenenfalls auch den Komplexitätsgrad. Dennoch können Sie entgegen, dass die Teilchenzahl-bedingten Probleme heutzutage dadurch überwunden werden könnte, dass wir äußerst schnelle Computer haben, die in aller kürzester Zeit extrem viele Gleichungen lösen können. Der Supercomputer HLRE2 Blizzard des Klima-Rechenzentrums Hamburg z.B. schafft pro Sekunde etwa 150 Teraflops, das sind

$$150 \text{ Billionen} = 150\,000\,000\,000\,000 = 150 \cdot 10^{12} = 1,5 \cdot 10^{14}$$

arithmetische Operationen pro Sekunde! Das ist schnell, sehr schnell sogar, aber leider nicht schnell genug: Schon ein relativ kleines **Luftpäckchen** der Atmosphäre (mit einem Volumen von knapp 4 Litern) hat nämlich

$$100 \text{ Trilliarden} = 100\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{23}$$

Atome und Moleküle - zum späteren Wiedererkennen nenne ich es '*Lieblingspäckchen*' - und jedes dieser Teilchen beansprucht *drei* Bewegungsgleichungen, eine für jede der drei räumlichen Komponenten der **Vektoren** Beschleunigung und Kraft.

Nun rechnen wir einmal aus, wie viel Operationen der HLRE2 Blizzard in einem Jahr schafft (Spaß muss sein): Ein Jahr hat ja  $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365,25 = 31557600$  Sekunden. Das sind etwas mehr als  $3 \cdot 10^7$  Sekunden, und in jeder Sekunde werden  $1,5 \cdot 10^{14}$  arithmetische Operationen durchgeführt. Wie viele also pro Jahr? 3 mal 1,5 ist 4,5,

und  $10^7$  mal  $10^{14}$  ist  $10^{21}$  (wir mussten nur die Zahlen in den Exponenten addieren, z.B. ist ja auch  $10^2$  mal  $10^3$  gleich  $10^{2+3} = 10^5$ , denn 100 mal 1000 ist 100000!). Der Hamburger Klima-Rechner 'schafft' also pro Jahr etwa  $4,5 \cdot 10^{21}$  arithmetische Operationen, oder, was das gleiche ist, deren  $0,045 \cdot 10^{23}$ . Nun ist  $0,045$  mal  $22 = 0,99$ : Erst in etwa 22 Jahren hat also der HLRE2 Blizzard so viel Rechenoperationen geschafft, dass er jedem Molekül unseres 4-Liter-Luftpäckchens eine einzige Rechenoperation zukommen lassen kann. Damit ist natürlich noch nicht die jeweilige Differentialgleichung gelöst.

Aber tun wir mal so, als wäre das der Fall. Und tun wir auch so, als würden wir die  $10^{23}$  nötigen Anfangsbedingungen kennen und auch die  $10^{23}$  verschiedenen Kräfte kennen, die auf die einzelnen Moleküle ausgeübt werden: Für jedes Teilchen hängt diese Kraft von den Orten aller anderen Teilchen ab! Für den Fall eines sogenannten **idealen Gases**, (eine Voraussetzung, die für feuchte atmosphärische Luft schon *nicht* mehr gilt), sind die Moleküle jedoch kräftefrei, außer natürlich bei den gegenseitigen Zusammenstößen. Diese aber erlebt ein Molekül während einer Sekunde etwa 5 Milliarden Mal! [DGD88]. Das heißt natürlich auch, dass man die Gleichungen der Stoß-Gesetze 5 Milliarden Mal lösen muss, dass der HLRE2-Rechner also nicht 22 Jahre, sondern 110 Milliarden Jahre rechnen muss - die achtfache Zeit seit dem Urknall vor 13,8 Milliarden Jahren - um in der Prognose des Verhaltens dieses Luftpäckchens auch nur 1 Sekunde voranzukommen, und das auch nur dann, wenn man mit einer einzigen Rechenoperation eine ganze Stoßgleichung lösen könnte.

Um das Klima der ganzen Atmosphäre für eine Sekunde vorherzusagen, muss man die achtfache Rechenzeit seit dem Urknall mit der Anzahl der Luftpäckchen von je 4 Liter multiplizieren, die die Atmosphäre enthält. In Kap. 2.2 setzen wir den hier begonnenen Spaß fort und errechnen auch diese Zahl (siehe Tabelle auf Seite 62), und wir erhalten  $10^{21} =$  eine Trilliarde  $= 1000000000000000000000$ . So viele Luftpäckchen enthält also die Atmosphäre, wenn jedes davon  $10^{23}$  Moleküle enthält. Übrigens bedeuten Billion, Trillion, Quadrillion usw. das 2- 3- 4-fache der Anzahl von 6 Nullen (für eine Million). Endet die Zahl nicht mit "illion", sondern mit "illiarde", kommen noch 3 Nullen hinzu (→ auch Seite 61).

Somit landen wir bei dem 'ermutigenden' Ergebnis, dass man mit dieser Prognose-Methode das Klima für eine Sekunde vorhersagen könnte, wenn einer der schnellsten verfügbaren Rechner ununterbrochen die acht-trilliardenfache Zeit seit dem Urknall rechnen würde. Und das nur, wenn zusätzlichen Bedingungen ... (sie wissen schon) erfüllt wären. Natürlich sind 150 Billionen (also immerhin 150 Million mal eine Million) Rechenvorgängen pro Sekunde des HLRE2 Blizzard ein beeindruckender Hinweis auf das Ausmaß menschlicher Erfindungsgabe. Nichts scheint unmöglich zu

sein. Aber wie wir soeben einsehen mussten, stößt man trotz solcher technischer Wunderwerke zur Unterstützung der Forschung schnell auf unüberwindliche Grenzen.

Natürlich hat noch niemals irgendein Klimawissenschaftler ernsthaft daran gedacht, Klimaprognosen nach der soeben beschriebenen Methode durchzuführen. Natürlich hat Klima etwas mit Mittelungen zu tun - ganz im Gegensatz zur soeben beschriebenen Methode - aber Klima ist eben nicht nur ein Mittel über das *Wetter*. Wenn man die Prognostizierbarkeit von Klima abschätzen will, muss man wissen, das auch das Wetter schon Mittelungen über kleinere (feinkörnigere) Skalen 'hinter sich' hat, und diese feinkörnigeren Skalen sind grobkörnige Skalen für noch feinkörnigere Strukturen, usw. Egal, ob wir uns an die einfache vierstufige Körnungsleiter von Seite 26 halten, oder an eine realistischere Leiter im Sinne der auf Seite 30 beschriebenen Komplikationen - in jedem Fall *beginnt* diese Leiter mit einer Mittelung über das System der atmosphärischen Moleküle. Diesen *Startpunkt* einer jeden beim Klima 'landenden' Körnungsleiter vorzustellen war der Sinn der obigen Ausführungen.

Bereits hier muss man sich entscheiden, welches Mittelungsintervall man überhaupt wählt, und dabei helfen die soeben gemachten Angaben: Zwischen den 5 Milliarden Zusammenstößen jedes Moleküls pro Sekunde sind die Moleküle mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von etwa 500 Meter pro Sekunde unterwegs [DGD88]. Daraus errechnet sich die schon erwähnte ***mittlere freie Weglänge*** (→ Seite 32) von einem zehntausendstel Millimeter zwischen den Zusammenstößen. Das ist sehr beruhigend, verheißt es doch eine effektive grobkörnige Theorie, die wir Hydro-Thermodynamik nennen: Auch die kleinsten hydro-thermodynamischen Strukturen sind deutlich größer als diese Weglänge. Man hat hier - wie bei der Ermittlung eines Würfel-Mittelwertes (→ Seite 10) - hinreichend große Mittelungsintervalle zur Verfügung, so dass sich auch noch über die allerlängsten Schwankungsperioden im feinkörnigen Bereich 'ordentlich' mitteln lässt. Man spricht von notwendigen ***Energielücken zwischen*** den fein- und grobkörnigen Skalen, ohne die effektive Theorien nicht möglich sind. Allerdings ist hierfür nicht nur das Fehlen von Schwankungen von Energiearten zu fordern, sondern von Schwankungen *sämtlicher* System-Variablen.

Aber viel 'Platz' zwischen den einzelnen Körnungs-Stufen hat man leider nur bei diesem ersten Schritt auf der Körnungsleiter. Das Fehlen ausreichender 'Energielücken' auf fast allen nachfolgenden Stufen der Körnungsleiter kann man mit folgender hypothetischen Situation beim Würfeln vergleichen: Jeder weiß, dass man manchmal mehrere Sechsen hintereinander würfelt. Nun nehmen wir an, es gäbe irgendwelche Zwangsbedingungen dafür, Würfel-Mittelwerte stets nach 10 Würfeln zu bilden, also auf sehr kurzen Mittelungs-Intervallen. Dann bekommen wir natürlich nach einer

zufälligen 'Sechser-Serie' einen zu hohen Mittelwert, einen 'Mittelwert', der höher ist als der korrekte Mittelwert 3,5. Normalerweise würde man ja erwarten, dass der Mittelwert über alle Schwankungen - das ist der Mittelwert über sämtliche Abweichungen von 3,5 - Null sein muss. Das ist das sogenannte **Reynolds'sche Postulat**, das später noch genauer erklärt wird). Diese Forderung wäre aber in unserem Beispiel der 'zu kurzen Mittelungsintervalle' nicht erfüllt!

Bei der Würfel-Mittelung *gibt* es aber so eine Zwangsbedingung nicht, man kann ja hinreichend lange Mittelungsintervalle wählen, z.B. erst nach jeweils 1000 Würfeln mitteln. Bei der Mittelung über die freien Weglängen der Moleküle muss man schon ein wenig aufpassen, dass man Mittelungsintervalle benutzt, die kleiner sind als die kleinsten vorkommenden hydro-thermodynamischen Strukturen - also kleiner als etwa die kleinen Luftwirbel, die herunterfallende Laubblätter in Drehbewegungen versetzen - denn sonst würde man ja auch schon 'etwas' über die grobkörnigen hydro-thermodynamischen Schwankungen mitteln. Aber hier ist der Größenunterschied zur freien Weglänge der Moleküle noch so groß (ein zehntausendstel Millimeter im Vergleich zu vielleicht 10 cm) so dass das Problem der 'Verschmierung' auch der grobkörnigen Skala nicht gegeben ist.

Wenn wir nun aber die hydro-thermodynamische Skala zur feinkörnigen Skala erklären, um uns durch weitere Mittelungen zu immer grobkörnigeren Skalen bis hin zu Wetter- und Klimaskalen vorzuarbeiten - und das ist nichts Geringeres als das Ringen um eine effektive Theorie des Wetters bzw. des Klimas - dann stoßen wir tatsächlich auf ein von Fall zu Fall zunehmendes Problem der fehlenden Schwankungslücken - **Energielücken** genannt - wie sie für eine saubere Trennung der jeweils feinkörnigen von der grobkörnigen Theorie erforderlich wären.

Ich habe die molekulare Physik auch deswegen relativ ausführlich beschrieben, weil ich veranschaulichen wollte, dass man hier tatsächlich von **Zufallsprozessen** reden kann, oder auch von **stochastischem Chaos**, von dem man gewissermaßen 'schon immer' wusste. (Die Begriffe 'stochastisch' und 'zufällig' bedeuten das Gleiche). Stochastisch ist ein System immer dann, wenn man nicht alle Bestimmungs-Größen, alle Variablen des Systems kennt. Ein nichtlineares System kann aber auch **deterministisch chaotisch** sein, sogar dann, wenn man alle Bestimmungs-Größen des Systems zwar kennt, aber nicht mit unendlicher Präzision. Dann kann man es mit dem berühmten **Schmetterlings-Effekt** zu tun bekommen, der erst 1963 entdeckt wurde, [Lor63], und erst 10 Jahre später von der Wissenschaft beachtet wurde. Da man unendliche Genauigkeiten nicht vorgeben kann, ist die Voraussetzung für deterministisches Chaos in nichtlinearen Systemen immer gegeben. Aber sie ist nur eine notwendige, keine hinreichende Bedingung: Während stochastisches Chaos



*immer* bei Unkenntnis relevanter Bestimmungsgrößen vorliegt, muss die unpräzise Kenntnis dieser System-Variablen nicht unbedingt zu deterministischen Chaos führen. Ob der Schmetterlings-Effekt wirksam ist oder nicht, hängt noch von den Werten bestimmter Parameter in den Differentialgleichungen ab. Das stochastische Chaos könnte verhindert werden, wenn man die bekannten Freiheitsgrade des Systems unendlich genau kennen und angeben könnte. Und die Ungewissheiten des deterministischen Chaos kann man auch dann nicht verhindern, wenn man alle relevanten Variablen kennt, wenn man sie nicht buchstäblich unendlich genau kennt.

Von AGW-Skeptikern gelegentlich vorgebrachte Aussagen wie "Das Klima ist schon deswegen nicht vorhersagbar, weil es komplex und deshalb deterministisch chaotisch ist" sind also in mehrfacher Hinsicht falsch: Erstens ist die 'Chaos-Fähigkeit' von Systemen mit sehr vielen Freiheitsgraden noch kaum erforscht. Zweitens gibt es komplexe Systeme, in denen bei entsprechenden Werten der Parameter das deterministische Chaos mit seinem Schmetterlings-Effekt gar nicht einsetzt, und drittens gibt es nichtlineare, aber nichtvernetzte, also im Sinne der meisten Definitionen auch nichtkomplexe Systeme, bei denen deterministisches Chaos aber doch ausbrechen kann. Das hat M. Feigenbaum 1978 anhand der **logistischen Gleichung** gezeigt [Feig78]. Ich definiere in diesem Buch **Komplexität** als Summeneigenschaft von

- 1) **Nichtlinearität** der Differentialgleichungen für die Freiheitsgrade und
- 2) **Vernetzung** der Freiheitsgrade durch Wechselwirkungen zwischen ihnen.

Zwar gibt es viele Definitionen von 'Komplexität', aber diese hat die größte Schnittmenge mit allen anderen Definitionen, wie es sich mir nach umfangreichen Recherchen dargestellt hat. Nach dieser Definition ist jedoch Feigenbaums *logistische Gleichung* nicht komplex, da sie nur einen Freiheitsgrad hat, der folglich nicht mit anderen vernetzt sein kann.

Oft wird die Quantentheorie bemüht, um Zufälligkeiten (Stochastik) zu begründen: Die quantenmechanische Unschärferelation macht eine gleichzeitige Angabe von Ort und Impuls eines Moleküls unmöglich, aber genau diese beiden Angaben wären zur Lösung der klassischen physikalischen Gleichungen nötig. Die Quantentheorie macht also aus der hier vorgetragenen *praktischen* Nichtvorhersagbarkeit des molekularen Verhaltens sogar eine *prinzipielle* Nichtvorhersagbarkeit. Wenn aber die schnellsten Supercomputer der Welt so viele Jahre benötigten, um die Bewegungen der  $10^{23}$  Moleküle von nur 4 Litern Luft für auch nur eine fünfzig milliardstel Sekunde vorherzusagen, dann kann man wohl auch ohne Quantentheorie von nicht vorhersagbaren Prozessen reden, von Zufallsprozessen also, oder eben von stochastischem Chaos.

Wie schon erwähnt, könnte die Zufälligkeit laut Quantentheorie selbst bei unendlich genauer Kenntnis sämtlicher Freiheitsgrade nicht verhindert werden. Einstein äußerte an dieser Aussage der Quantentheorie seine Kritik mit dem berühmt gewordenen Ausspruch "Gott würfeln nicht", und er propagierte eine Suche nach 'verborgenen' quantenmechanischen Freiheitsgraden, deren Kenntnis die prinzipielle Nicht-Vorhersagbarkeit aufheben müsste. Diese Anregung ist aus naturphilosophischer Sicht natürlich wichtig, aus praktischer Sicht allerdings nicht, denn hierfür ist das geschilderte 'Gebirge' an praktischen Schwierigkeiten zur Überwindung der molekularen Zufälligkeiten gleichwertig mit einer grundsätzlichen Unmöglichkeit.

Im Zusammenhang mit dem Thema dieses Buches ist das stochastische Chaos deswegen wichtig, weil in Klimadiskussionen gelegentlich zwar das deterministische Chaos in die Argumentationen einbezogen wird, kaum aber das stochastische Chaos. *Wenn* es einbezogen wird, dann zur *Begründung* einer *Vorhersagbarkeit* des Klimas! Diese käme deswegen zustande, weil atmosphärische Schmetterlings-Effekte vergleichbare Zufälligkeiten aufwiesen wie die Würfelergebnisse, deren Mittelwert man ja vorhersagen *kann*. In diesem Buch werden wir aber lernen, dass Schmetterlingseffekte etwas anderes sind als die Würfel-Zufälligkeiten, und dass die Würfel-Analogie zum Klimamittel sowieso absurd ist, also die Analogie, wonach eine Nichtvorhersagbarkeit des Wetters der Nichtvorhersagbarkeit des nächsten Würfel-Ergebnisses entspräche, und eine Vorhersagbarkeit des Klimas der Vorhersagbarkeit des Würfel-Mittelwertes. Damit Sie, liebe Leserin, lieber Leser, nicht allzu lange warten müssen, versuche ich schon hier einen Eindruck davon zu vermitteln, worum es im Kern geht. Es geht um den schon angesprochenen Themenkreis der von Physikern entwickelten Methode zur Gewinnung effektiver **grobkörniger Theorien** aus **feinkörnigen Theorien**, → z.B. [Gell94], die sich in atmosphärischen Belangen sogar in einer *mehrsprossigen Körnungsleiter* niederschlägt:

Erstens: Molekularbewegungen sind, wie soeben gezeigt, ebenso zufällig (unberechenbar) wie Würfelergebnisse. Also müssten *Mittelwerte* über diese Molekularbewegungen vorhersagbar sein. Und sie sind es auch: die physikalische Disziplinen, die sich dieser Vorhersagbarkeit bedienen, sind Hydrodynamik und Thermodynamik. In der atmosphärischen Physik vereinigen sich diese beiden Disziplinen zu einer einzigen Hydro-Thermodynamik. Aber: Nur Zufälligkeit reicht für hydro-thermodynamische Berechenbarkeit gar nicht aus! Zusätzlich zu der immer möglichen rein *mathematischen* Mittelung bedarf es nämlich in komplexen Systemen *physikalischer* Gesetze, die nicht für die feinkörnigen (hier molekularen) Strukturen gelten, jedoch für die 'neuen' - grobkörnigen - Strukturen, die beim Übergang zur größeren Raumskala der Fluide durch Mittelung *entstanden* sind. Bei diesem ersten Schritt auf einer ganzen

'Körnungsleiter', die einmal beim Klima enden soll, sind dies die Gesetze des **stabilen lokalen thermodynamischen Gleichgewichtes** (→ Seite 61).

Zweitens: Auch die Gleichungen des Wetters entstehen durch Mittelungen über kleinerskalige (feinkörnigere) Strukturen, hinter denen sich diesmal die hydro-thermodynamische Skala verbirgt. Sie basieren auf noch einmal anderen physikalischen Stabilisierungs-Bedingungen - hier sind es die Bedingungen eines sogenannten **hydrostatischen und quasigeostrophischen Gleichgewichtes**. (So nennt man die auf der Wetterskala 'physikalisch neuen' Gleichgewichts-Bedingungen, die das *lokale thermodynamische Gleichgewicht* auf der hydro-thermodynamischen Skala 'ablöst').

Diese physikalischen Zusatz-Bedingungen sind *besonders* wichtig: Die feinkörnige Physik, über die zu mitteln ist, steckt *diesmal* in den hydro-thermodynamischen Strukturen, und hier ist, wie besprochen, eine 'bequeme' Mittelung, bei der ein Mittelwert über die Schwankungen wie beim Latif'schen 'Wetterwürfel' (→ Seite 10) immer Null ist, (das **Reynolds'sche Postulat**), nicht mehr gut erfüllt: Das Mittelungsintervall dafür ist schon bedenklich kurz! Zudem ist das quasigeostrophische Gleichgewicht *nicht immer* stabil. Beides sind Gründe dafür, dass Wettervorhersagen bekanntermaßen nicht so zuverlässig sind wie Vorhersagen, die sich aus hydrodynamischen oder thermodynamischen Rechnungen ergeben.

Drittens: Gleichungen des Klimas müssten durch physikalisch unterstützte Mittelungen über die Gleichungen des Wetters entstehen. Aber hier kennt man *weder* eine physikalische Stabilisierungs-Bedingung, *noch* ist die Reynoldsche Voraussetzung für die 'bequemere' Mittelung erfüllt. Das haben A. Hauschild, H.J. Spitzer und der Autor 1999 plausibilisiert, [HLS99], und das hat A. Hauschild 2004 [Hau04] anhand von Daten endgültig belegt.

Die hier angedeuteten *drei* Schritte auf der Körnungsleiter auf dem Weg zu einer effektiven Klimatheorie stellen eine starke Vereinfachung der wirklichen Verhältnisse dar (→ Seite 30). Das alles hinderte aber Prof. M. Latif nicht daran, in seinem Buch [Lat04] das Komplexitäts-Monstrum 'Klimasystem' in Analogie zu einen starren Würfelkörper zu setzen, oder 2008 in einem Interview mit dem FOCUS-Redakteur Michael Odenwald folgendes zu behaupten [Lat-in]:

*Focus:* Skeptiker bestreiten die Aussagekraft der heutigen Modelle. Das Klima, so ihr Argument, sei als chaotisches System grundsätzlich nicht vorhersagbar. Haben sie Recht?

*Prof. Latif:* Nein. Ein gezinkter Würfel etwa liefert mehr Sechsen, das wissen wir. Trotzdem kennen wir nicht den Ausgang des nächsten Wurfs. Analog steigt die Temperatur bei einem langfristigen Anstieg der Treibhausgase. Die Wettervorhersage bleibt aber auf einige Tage limitiert. In beiden Fällen ändern sich Randbedingungen. Sie schaffen Ordnung im Chaos. Auch der Sonnenstand ist eine Randbedingung, deshalb weiß man, dass der Sommer wärmer ist als der Winter.

*Focus:* Bestärkt Ihr Ergebnis nicht die Skeptiker, die schon lange behaupten, dass natürliche Faktoren das Klima stärker bestimmen als die durch menschliche Aktivitäten freigesetzten Treibhausgase?

*Prof. Latif:* Nein. Die Skeptiker zeigen nur, dass sie nichts von der Physik des Klimas verstehen.

Ich habe nichts gegen ein gutes Selbstbewusstsein. Aber ich behaupte, dass die AGW-Theorie alles andere als bewiesen ist, obwohl ich dann im Latif'schen Vokabular ein Skeptiker bin, der nichts von der Physik des Klimas versteht. Um also keine Leserinnen und Leser zu verlieren, muss ich diese nun bitten, Herrn Latif *nicht alles* zu glauben und mit der Lektüre meines Buches fortzufahren. Ich jedenfalls kann nach eigenem über 40-jährigem intensivem Nachdenken über die Atmosphäre in Forschung und Lehre Herrn Latif *nicht alles* glauben.

Allerdings ist mir natürlich bewusst, dass angesichts des Ausmaßes der Klimakomplexität *jedes* menschliche Verständnis vom Klima gering bleiben muss: Je höher die Komplexität eines Systems ist, desto geringer muss ja das *relative* Wissen von ihm sein! Den Grenzfall dieses Sachverhaltes - und zwei mögliche Reaktionen darauf - kann man so beschreiben: Wer *nichts* weiß (als Grenzfall von wenig), aber immerhin doch weiß, *dass er nichts weiß* (wieder als Grenzfall von wenig), der weiß mehr als derjenige, der noch nicht einmal weiß, dass er nichts weiß.

Die ganze Katastrophe - nicht des Klimas, sondern der Klimadiskussion - hat Prof. Gerhard Schulze von der Universität Bamberg in einer Sendung 'Kontrovers' des Bayrischen Rundfunks kurz und sachlich so ausgedrückt: "Skeptiker werden diffamiert, Wissen wird unterdrückt. Wir haben es mit einer Situation großer Ungewissheit zu tun, und es wird Gewissheit vorgetäuscht" [Schu-in]. Dem ist vorerst nichts hinzuzufügen.

## Zusammenfassungen - Verdichtungen - Ergänzungen

Die genaue mathematische Definition des Begriffs 'komplexe Systeme' konnte noch bis zur Seite 48 vertagt werden, da die umgangssprachliche Bedeutung des Wortes 'komplex' vorerst noch ausreichte. Aber was sind überhaupt 'Systeme', die ihrerseits komplex oder einfach, linear oder nichtlinear, vernetzt oder monokausal sein können? Uns interessieren zunächst hauptsächlich dynamische Systeme, für die das Klimasystem ein Beispiel ist. Dynamische Systeme sind solche, deren Veränderungen - seien sie vorhersagbar oder nicht - von Kräften verursacht werden, wie sie Newton in seinem zweiten Axiom (der sogenannten Bewegungsgleichung) erstmals korrekt beschrieben hat. Aber auch diesen Themenkreis nehmen wir vorerst nur umgangssprachlich in Angriff, d.h. wir begnügen uns vorerst mit verbalen Formulierungen der entsprechenden mathematischen Gleichungen.

Schon so gelingt es, zu erkennen, wie schwierig - nein unmöglich - es wäre, wollte man versuchen, das dynamische Verhalten der Atmosphäre dadurch zu erfassen, dass man die Bewegungsgleichung auf alle ihre Moleküle anwendete. Zu Recht findet dieser Versuch in der Klimaforschung auch nicht statt. Aber das bloße Nachdenken über einen solchen Versuch führt uns deutlich vor Augen, was Zufalls-Chaos bedeutet - auch stochastisches Chaos genannt - was aber zu unterscheiden ist von dem durch Lorenz erst 1963 entdeckten deterministischen Chaos [Lor63].

Stochastisch chaotisch ist ein System *immer dann*, wenn man nicht alle Bestimmungsgrößen des Systems kennt (was Einstein bedauernd mit der Existenz 'verborgener Freiheitsgrade' begründete). Deterministisch chaotisch *kann* ein System sein, wenn man die Bestimmungsgrößen des Systems nicht mit unendlicher Genauigkeit kennt (der berühmte Schmetterlingseffekt, der zu Einsteins Lebzeiten noch unbekannt war). Da man unendliche Genauigkeiten niemals vorgeben kann, ist die Voraussetzung für deterministisches Chaos *immer* gegeben. Aber es ist nur eine notwendige, keine hinreichende Bedingung.

Die Frage, *wann* ein System deterministisch chaotisch ist und wann nicht, ist - insbesondere für Systeme mit vielen Freiheitsgraden - noch weitgehend offen. Daher sind die von AGW-Skeptikern gelegentlich vorgebrachten Aussagen wie "Das Klima ist schon deswegen nicht vorhersagbar, weil es komplex und deshalb deterministisch chaotisch ist" falsch.

Deterministisches Chaos in Systemen mit vielen Freiheitsgraden ist noch nahezu unerforscht. Lorenz hat es 1963 für ein System mit drei Freiheitsgraden beschrieben [Lor63]. Rössler hat 1979 die detaillierte Darstellung auf vier Freiheitsgrade erweitert [Röss79]. Sehr viel weiter ist man auch heute noch nicht. Aber wie viel

Freiheitsgrade hat die Atmosphäre? Jedenfalls so viel mehr, dass hierzu eine detaillierte Theorie gemäß Lorenz oder Rössler noch 'Lichtjahre' entfernt ist

Wenn man wie in diesem Buch Komplexität als Summen-Eigenschaft von

- 1) Nichtlinearität der Systemabhängigkeit von den Freiheitsgraden *und*
- 2) Vernetzung zwischen diesen Freiheitsgraden

definiert, ist man im Einklang mit den allermeisten der (vielen) gängigen Definitionen. Wenn man aber anerkennt, dass es deterministisches Chaos bereits in Systemen mit nur einem Freiheitsgrad gibt, wie Feigenbaum 1978 anhand der logistischen Gleichung zeigte [Feig78], sind **deterministisch chaotische** Systeme in unserem Sinne nicht unbedingt komplex, denn wenn ein System nur einen Freiheitsgrad hat, kann es offenbar keine Vernetzung mit anderen Freiheitsgrad geben.

Wie wir noch sehen werden, (→ Kap. 5) lässt sich die Nichtvorhersagbarkeit des Klimas vor allem durch die Existenz des unvermeidlichen **stochastischen Chaos** begründen. Eine Begründung *auch* durch die deterministische Chaostheorie wäre eine Art 'Zugabe'.